Journal of Quality Engineering and Management

www.pqprc.ir

J. Qual. Eng. Manag. Vol. 14, No. 1 (2024) 46–67.

Paper Type: Original Article

Investigating the Combined Effect of Redundancy Allocation and Stochastic Dependency in Condition-Based Maintenance Model in Series-Parallel Systems Considering Load Sharing

Saba Nasser Saraf [1], Shervin Asadzadeh[1,*], Yaser Samimi[2]

[1] Department of Industrial Engineering, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; s.nsarraf@iau-tnb.ac.ir; sh_asadzadeh@iau-tnb.ac.ir.

[2] Department of Industrial Engineering, Khajeh Nasiruddin Toosi University of Technology, Tehran, Iran; y_samimi@kntu.ac.ir.

Citation:

Received: 05 October 2023 *Revised: 12 December 2023* *Accepted:27 January 2024*	Nasser Saraf, S., Asadzadeh, Sh., & Samimi, Y. (2024). Investigating the combined effect of redundancy allocation and stochastic dependency in condition-based maintenance model in series-parallel systems considering load sharing. *Journal of quality engineering and management, 14*(1), 46-67.

Abstract

Purpose: This paper presents an innovative model for the simultaneous optimization of redundancy allocation and condition-based maintenance in series-parallel load-sharing systems. The primary objective of the model is to determine the optimal level of redundancy so that costs are minimized while system reliability constraints are met.

Methodology: In this research, stochastic dependencies between system components are considered using the proportional hazards model and tempered failure rates to assess reliability accurately. Additionally, transition probability matrices are used to determine the optimal maintenance limits for each subsystem, and periodic inspections are performed. The proposed model is solved using MATLAB, and its performance is evaluated under four different scenarios: 1) a baseline model without redundancy or stochastic dependencies, 2) redundancy allocation without stochastic dependencies, 3) stochastic dependencies without redundancy, and 4) the proposed model.

Findings: The results show that the proposed model achieves an optimal balance between cost and reliability, reducing both failure and maintenance costs. Compared to the various scenarios, the proposed model demonstrates superior performance in optimizing costs and enhancing reliability. The findings also emphasize the importance of simultaneously considering stochastic dependencies and redundancy allocation to improve system performance.

Originality/Value: This research introduces a novel approach by simultaneously considering stochastic dependencies and redundancy allocation in series-parallel load-sharing systems. The proposed model significantly improves system performance and reduces failure and maintenance costs. It underscores the importance of integrating these two factors in optimizing complex engineering systems.

Keywords: Redundancy allocation, Condition-based maintenance, Series-parallel system, Reliability, Proportional hazards model.

Corresponding Author: sh_asadzadeh@iau-tnb.ac.ir

10.48313/jqem.2024.218910

Licensee System Analytics. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

مهندسی و مدیریت کیفیت

www.pqprc.ir

دوره ۱۴، شماره (۱)، (۱۴۰۳)، ۶۷-۴۶

نوع مقاله: پژوهشی

بررسی اثر ترکیبی تخصیص افزونگی و وابستگی تصادفی در مدل نگه‌داری و تعمیرات مبتنی بر شرایط در سیستم‌های سری- موازی با در نظرگرفتن اشتراک بار

صبا ناصر صراف [۱]، شروین اسد زاده [۱،*]، یاسر صمیمی [۲]

[۱] گروه مهندسی صنایع، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

[۲] گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

چکیده

هدف: این مقاله به‌منظور ارایه مدلی نوآورانه برای بهینه‌سازی هم‌زمان تخصیص افزونگی و تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط در سیستم‌های سری- موازی با اشتراک بار طراحی‌شده است. هدف اصلی مدل، تعیین سطح بهینه افزونگی به‌گونه‌ای است که هم هزینه‌ها کاهش یابد و هم محدودیت‌های قابلیت اطمینان سیستم رعایت شود.

روش‌شناسی پژوهش: در این پژوهش، وابستگی‌های تصادفی بین اجزای سیستم با استفاده از مدل مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده در نظر گرفته شده‌اند تا قابلیت اطمینان به‌طور دقیق ارزیابی گردد. علاوه بر این، با استفاده از ماتریس‌های احتمال انتقال، حد کنترل بهینه برای نگه‌داری هر زیرسیستم تعیین‌شده و سیستم به‌طور دوره‌ای بازرسی می‌شود. مدل پیشنهادی با نرم‌افزار مطلب حل‌شده و عملکرد آن در چهار سناریو مختلف موردبررسی قرارگرفته است: ۱- مدل پایه بدون تخصیص افزونگی و وابستگی تصادفی، ۲- تخصیص افزونگی بدون وابستگی تصادفی، ۳- وابستگی تصادفی بدون افزونگی و ۴- مدل پیشنهادی.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهند که مدل پیشنهادی تعادلی بهینه بین هزینه‌ها و قابلیت اطمینان برقرار کرده و هزینه‌های خرابی و نگه‌داری را کاهش داده است. در مقایسه با سناریوهای مختلف، مدل پیشنهادی عملکرد بهتری در بهینه‌سازی هزینه‌ها و افزایش قابلیت اطمینان نشان داده است. یافته‌ها همچنین بر اهمیت هم‌زمان در نظرگرفتن وابستگی‌های تصادفی و تخصیص افزونگی برای بهبود عملکرد سیستم تاکید دارند.

اصالت/ارزش افزوده علمی: این تحقیق برای نخستین بار مدلی را ارایه می‌دهد که وابستگی‌های تصادفی و تخصیص افزونگی را به‌صورت هم‌زمان در سیستم‌های سری-موازی با اشتراک بار موردبررسی قرار می‌دهد. این مدل به‌طور قابل‌توجهی به‌بهبود عملکرد سیستم و کاهش هزینه‌های خرابی و نگه‌داری کمک می‌کند و بر اهمیت در نظرگرفتن هم‌زمان این دو عامل در بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی پیچیده تاکید دارد.

کلیدواژه‌ها: تخصیص افزونگی، تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط، سیستم سری-موازی، قابلیت اطمینان، مدل مخاطره متناسب.

۱- مقدمه

تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط به‌عنوان یکی از استراتژی‌های پیشرفته، نقش حیاتی در بهینه‌سازی هزینه‌ها و افزایش قابلیت اطمینان در صنایع مختلف ایفا می‌کند. این رویکرد با نظارت مداوم بر شرایط عملیاتی اجزای سیستم و انجام تعمیرات در زمان‌های مناسب، از خرابی‌های غیرمنتظره و هزینه‌های اضافی جلوگیری می‌نماید.

در سیستم‌های سری-موازی با اشتراک بار، عملکرد کلی سیستم به‌کارکرد حداقل k مولفه از n مولفه موجود وابسته است. در چنین ساختاری، خرابی یک مولفه لزوما منجر به خرابی کل سیستم نمی‌شود، اما خرابی هم‌زمان چندین مولفه ممکن است به از کار افتادگی سیستم منجر شود. این وابستگی بین اجزا، چالش‌هایی را در زمینه تحلیل قابلیت اطمینان و طراحی استراتژی‌های بهینه نگه‌داری ایجاد می‌کند. تخصیص افزونگی[1] به‌عنوان یک روش موثر برای افزایش قابلیت اطمینان، شامل افزودن اجزا یا زیرسیستم‌های اضافی به سیستم است تا در صورت خرابی برخی از اجزا، عملکرد کلی سیستم حفظ شود. با این‌حال، این اقدام ممکن است منجر به افزایش هزینه‌های طراحی، نگه‌داری و وزن سیستم گردد؛ بنابراین، دستیابی به تعادل بهینه میان تخصیص افزونگی و مدیریت هزینه‌ها، یکی از چالش‌های کلیدی در حوزه نگه‌داری و تعمیرات صنعتی به شمار می‌رود.

این مقاله با ارایه یک مدل پیشرفته و یکپارچه، به بهینه‌سازی هم‌زمان تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط و تخصیص افزونگی در سیستم‌های سری-موازی می‌پردازد. در این مدل، وابستگی‌های تصادفی میان اجزا و تاثیرات آن‌ها بر عملکرد کلی سیستم در نظر گرفته می‌شود. هدف اصلی این تحقیق، کاهش هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات، همراه با حفظ قابلیت اطمینان مطلوب سیستم است.

۲- مرور ادبیات

ادبیات موجود در زمینه تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط و قابلیت اطمینان به‌بررسی مدل‌های مخاطره متناسب[2]، نرخ خرابی دستکاری‌شده[3] و تخصیص افزونگی پرداخته است.

۲-۱- مدل‌های مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده

مدل‌های مخاطره متناسب در تحلیل تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط نقش کلیدی دارند. جاردین و همکاران [1] و بانجو یچ و همکاران [2]مدل‌هایی برای زمان‌بندی بهینه تعویض اجزا بر اساس پایش وضعیت پیشنهاد کرده‌اند. در این مدل‌ها، نرخ خرابی سیستم تحت تاثیر شرایط عملیاتی و بار وارده بر اجزا متغیر است.

در سیستم‌های اشتراک بار، نرخ خرابی اجزا ثابت نبوده و تحت تاثیر بار توزیع‌شده بین اجزا تغییر می‌کند. لیو [3] و دیکسیت و همکاران [4] این مفهوم را با استفاده از تحلیل آماری و مدل‌های احتمالی بررسی کرده‌اند. آماری و همکاران [5] و سو پراساد و همکاران [6] مدل‌هایی را برای ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های اشتراک بار با نرخ خرابی متغیر ارایه داده‌اند. محمد و همکاران [7] رویکردی برای ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های اشتراک بار با ساختار k از n[4] معرفی کرده‌اند که از مدل مخاطره متناسب استفاده می‌کند و مساله را با استفاده از زنجیره‌های مارکوف پیوسته بازفرموله می‌کند.

در حوزه بهینه‌سازی سیاست‌های نگه‌داری و تحلیل قابلیت اطمینان، داسمیت-دستومبز و همکاران [8] سیستمی متشکل از اجزای مشابه k از n را بررسی کرده و تعاملات بین موجودی قطعات یدکی و سیاست‌های نگه‌داری پیش‌بینی‌کننده را موردمطالعه قرار دادند. قاسمی و همکاران [9] یک سیاست بهینه جایگزینی و نگه‌داری برای سیستم‌هایی که تحت شرایط نامطمئن کار می‌کنند، پیشنهاد دادند. در این تحقیق، از مدل مخاطره متناسب برای نمایش تخریب سیستم استفاده شده و نگه‌داری بهینه با استفاده از فرآیند تصمیم‌گیری مارکوف[5] برای مشاهدات ناقص، به کمک برنامه‌ریزی پو یا حل‌شده است. در زمینه سیاست‌های نگه‌داری پو یا و تکنیک‌های بهینه‌سازی، کیزر و همکاران [10] و [11] نرخ‌های تخریب اجزا را که تحت تاثیر سطوح تخریب اجزای فردی و وضعیت سایر اجزا در سیستم هستند، موردبررسی قرار دادند. یحیی‌تبار و نجفی [12] توزیع بار سیستم در میان چندین مولفه را بررسی کرده و فرآیند نظارت مداوم یا دوره‌ای از طریق سنسورها یا بازرسی‌های متغیر در فواصل زمانی مشخص را تحلیل کردند. ژانگ و همکاران [13] سیاست تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط پیشنهاد دادند که آستانه‌های دینامیک و اقدامات نگه‌داری متعدد را برای سیستم‌هایی

[1] Redundancy allocation
[2] PHM-Proportional hazards model
[3] Tampered failure rate
[4] k-out-of-n
[5] Markov Decision Process (MDP)

که تحت بازرسی‌های دوره‌ای قرار می‌گیرند، در نظر می‌گیرد. این سیاست علاوه بر سن مولفه، رفتار متغیرهای متغیر را نیز مدنظر قرار می‌دهد. علاوه بر این، زمان خرابی با استفاده از مدل مخاطره متناسب مدل‌سازی می‌شود.

۲-۲- تخصیص افزونگی

تخصیص افزونگی یکی از روش‌های کلیدی برای افزایش قابلیت اطمینان در سیستم‌های سری-موازی است. این روش موجب افزایش قابلیت اطمینان کلی سیستم می‌شود و در عین‌حال تاثیراتی بر هزینه‌های نگه‌داری و بهره‌برداری دارد. مطالعات اولیه در این زمینه توسط کویت و اسمیت [14] به بهینه‌سازی قابلیت اطمینان در سیستم‌های سری-موازی با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی پرداخته‌اند. پس از آن، کوهلو [15]، رامیرز-مارکز و همکاران [16]، کویت و لیو [17] و لیانگ و همکاران [18]، روش‌های متنوعی برای حل این مساله ارایه داده‌اند. این روش‌ها شامل الگوریتم‌های تحلیلی، عددی و فرا ابتکاری بوده‌اند که هدف آن‌ها یافتن تخصیص بهینه افزونگی در سیستم‌های سری-موازی است.

یکی از چالش‌های مهم در این حوزه، در نظرگرفتن قابلیت تعمیرپذیری اجزا است. کایدپور و همکاران [19]، کومار و همکاران [20] و جین و همکاران [21] روش‌هایی برای مدل‌سازی سیستم‌های تعمیرپذیر ارایه کرده‌اند که امکان افزایش قابلیت اطمینان بدون افزایش بیش‌ازحد هزینه‌ها را فراهم می‌کند. همچنین، بلزونز و همکاران [22] و شریفی و همکاران [23] به‌بررسی تاثیر وابستگی‌های تصادفی میان اجزا بر روی سیاست‌های تخصیص افزونگی پرداخته‌اند. در این راستا، امیری و همکاران [24] مدل بهینه‌سازی چندهدفه‌ای را برای تخصیص افزونگی در سیستم‌های سری-موازی با اجزای تعمیرپذیر معرفی کرده‌اند که هم‌زمان به بهینه‌سازی قابلیت اطمینان و هزینه‌های سیستم توجه دارد. در بیشتر مطالعات، افزونگی و نگه‌داری به‌صورت جداگانه بررسی‌شده‌اند و کم‌تر به بهینه‌سازی هم‌زمان این دو مقوله پرداخته‌شده است. این شکاف تحقیقاتی، انگیزه اصلی این مطالعه است. در (**جدول ۱**)، مرور جامعی بر مطالعات پیشین مرتبط با بهینه‌سازی قابلیت اطمینان، تخصیص افزونگی و سیاست‌های نگه‌داری ارایه شده است.

۳- شرح مدل پیشنهادی

۳-۱- نوآوری‌ها و دستاوردهای مدل‌سازی

مطالعات پیشین پتانسیل مدل‌های مخاطره متناسب و خرابی دستکاری‌شده در سیستم‌های افزونه‌ای سری-موازی را نادیده گرفته‌اند، درحالی‌که این مدل‌ها در این پیکربندی قابل‌اجرا هستند. همچنین، ادغام قابلیت اطمینان به‌عنوان یک محدودیت و وابستگی خرابی‌ها میان اجزا به‌طور کافی بررسی نشده است.

مدل پیشنهادی با ترکیب مدل مخاطره متناسب، برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای و تخصیص افزونگی، به‌بهبود قابلیت اطمینان در سیستم‌های با اشتراک بار می‌پردازد. این رویکرد با تعیین حد کنترل بهینه‌وتحلیل وابستگی‌های خرابی، تاثیر افزونگی را در کاهش نرخ خرابی و بهینه‌سازی استراتژی‌های نگه‌داری منعکس می‌کند.

۳-۲- بیان مساله

در این مطالعه، یک سیستم سری-موازی شامل چندین زیرسیستم با قطعات افزونگی بررسی می‌شود که به‌منظور بهبود عملکرد و افزایش طول عمر سیستم، به‌صورت موازی تخصیص داده شده‌اند. خرابی‌های اجزا از توزیع ویبول پیروی کرده و تحت بازرسی‌های دوره‌ای قرار دارند. در هر بازرسی، وضعیت اجزا بررسی و نرخ مخاطره برای ارزیابی قابلیت اطمینان محاسبه می‌شود. هدف مدل پیشنهادی، طراحی بهینه یک سیستم با مدیریت مبتنی بر شرایط است که هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات را کمینه کرده و محدودیت‌های قابلیت اطمینان را رعایت کند. در این مدل، سه دسته هزینه در نظر گرفته می‌شود: ۱- هزینه تعمیرات حداقلی، ۲- هزینه تعویض قطعات و ۳- هزینه افزونگی. هدف اصلی، کاهش هزینه‌های سیستم از طریق تخصیص بهینه قطعات افزونگی است. در مدل پیشنهادی، مفروضات زیر در نظر گرفته شده‌اند: زیرسیستم‌ها با نماد I، اجزا با نماد J، افق برنامه‌ریزی با نماد T، طول فاصله زمانی بازرسی با نماد Δ و نماد K مجموعه نقاط بازرسی را نشان می‌دهد که معادل $K=\left[\frac{T}{\Delta}\right]$-1 است. در هر بازرسی، اگر نرخ

مخاطره متناسب هر زیرسیستم بیشتر از حد کنترل باشد، زیرسیستم نیاز به تعویض دارد. در غیر این صورت، سیستم بدون تغییر به‌کار خود ادامه می‌دهد تا بازرسی بعدی. همچنین، در صورتی‌که خرابی در فاصله بین دو بازرسی رخ دهد، تعمیرات حداقلی بدون تاخیر انجام می‌شود.

چالش اصلی در این مدل، تخصیص سطح بهینه افزونگی است. از آنجا که افزایش افزونگی هزینه‌های سیستم را افزایش می‌دهد (شامل هزینه‌های خرید، نگه‌داری و وزن)، در حالی‌که کاهش آن ممکن است منجر به خرابی‌های بیشتر و هزینه‌های تعمیراتی اضافی شود، یافتن تعادل بهینه برای تخصیص افزونگی بسیار حیاتی است. نماد Cmr_{ij} هزینه تعمیرات حداقلی مولفه j در زیرسیستم i را نشان می‌دهد، در حالی‌که Crp_{ij} هزینه تعویض مولفه j در زیرسیستم i و Cn_I هزینه خرید و نگه‌داری قطعه جدید در زیرسیستم i را نشان می‌دهد. علاوه بر این، اگر تمامی اجزا در یک زیرسیستم در یک دوره زمانی خاص تعویض شوند، C_{down} هزینه توقف زمان ثابت است که برای هر دوره ایجاد می‌شود.

در این سیستم، حد کنترل پایین با افزایش تعویض‌ها، قابلیت اطمینان را بهبود می‌بخشد اما هزینه‌ها را افزایش می‌دهد، در حالی‌که حد کنترل بالا تعویض‌ها و هزینه‌ها را کاهش می‌دهد اما ممکن است منجر به خرابی‌های بیشتر شود. مدل پیشنهادی به‌دنبال تعیین حد کنترل بهینه برای ایجاد تعادل میان کاهش هزینه‌ها و بهبود قابلیت اطمینان است. به این‌ترتیب، طبق رویکردی که توسط مکیس و جاردین [25] بیان شده است، از توزیع ویبول به‌عنوان مدل زمان تا خرابی در یک مدل مخاطره متناسب پارامتریک استفاده می‌شود. این مدل انواع مختلفی از پوشش نرخ خرابی ازجمله نرخ خرابی افزایشی، ثابت و کاهشی را در بر می‌گیرد. علاوه بر این، وضعیت سیستم بر اساس مدل مخاطره متناسب ارزیابی می‌شود که شامل سن سیستم و متغیرهای همراه نظارت‌شده است. نماد τ_{ijk} نشان‌دهنده سن مولفهj در زیرسیستم i در نقطه بازرسی اولی k است، در حالی‌که τ'_{ijk} نشان‌دهنده سن مولفه jدر زیرسیستم iدر نقطه بازرسی نهایی k است. مجموعه شرایط برای متغیر همراه به‌صورت $S = \{0, 1, \dots, M\}$نمایش داده می‌شود و متغیر آن برای سهولت در نگارش فرمول به‌صورت $Z(K\Delta) \in S$ نمایش داده می‌شود. به‌طورکلی، $Z_{ijk}(t)$ نشان‌دهنده وضعیت یا پارامتر عدم قطعیت سیستم است که می‌تواند یکی از اعضای مجموعه S در طول دوره بازرسی k باشد. اجزا سیستم وابستگی بار-اشتراکی دارند، به‌طوری‌که با خرابی یک مولفه، بار کلی L باید بین اجزا باقی‌مانده توزیع مجدد شود. به‌منظور ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم و سنجش تاثیر افزایش نرخ خرابی مولفه باقی‌مانده، از مدل مخاطره متناسب استفاده می‌شود.

فرآیند متغیر دارای ویژگی‌های مارکوفی است، به‌طوری‌که باگذشت زمان بدون وابستگی به وضعیت‌های قبلی تکامل می‌یابد. برای انتقال از وضعیت a در زمان Δk به وضعیت b در زمان $\Delta(k+1)$، وابستگی تنها به وضعیت a بستگی دارد و وضعیت‌های قبلی نادیده گرفته می‌شوند. در خصوص مفروضات تخصیص افزونگی، برای هر زیرسیستم، O_i قطعه جایگزین وجود دارد که می‌توانند انتخاب شوند، تصمیم‌گیرنده باید یکی از قطعات جایگزین را برای هر زیرسیستم انتخاب کرده و سطح افزونگی آن را تعیین کند؛ بنابراین برای هر زیرسیستم حداقل و حداکثر تعداد قطعات تعریف‌شده که باید انتخاب شوند. افزونگی در سطح زیرسیستم‌ها تعریف‌شده است، به این معنا که برای هر زیرسیستم، تعدادی قطعه به‌صورت موازی به‌منظور افزایش قابلیت اطمینان تخصیص داده می‌شود. افزونگی باعث تغییر در هزینه‌های سیستم می‌شود، هزینه کل سیستم، وزن کل سیستم و تعداد کل اجزا دارای محدودیت‌های مشخصی هستند که باید در مدل بهینه‌سازی لحاظ شوند. پیش‌بینی می‌شود که قطعات اضافی منجر به افزایش قابلیت اطمینان اما درعین‌حال افزایش هزینه‌های نگه‌داری و وزن کلی سیستم شوند، بنابراین، باید تعادلی بهینه بین افزونگی و هزینه‌ها در مدل بهینه‌سازی تعیین گردد تا عملکرد سیستم بهبود یابد بدون اینکه هزینه‌ها به‌طور غیرقابل‌قبولی افزایش یابند.

جدول ۱- مقایسه مشارکت‌ها و رویکردهای کلیدی در مطالعات اخیر بامطالعه پیشنهادی.

Table 1- Comparison of key contributions and approaches in recent studies with the proposed study.

نویسندگان	ساختار سیستم	مدل مساله	روش حل	مدل مخاطره متناسب	مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده	مدل تخصیص افزونگی	یکپارچه‌سازی تخصیص افزونگی، مدل مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده
قاسمی و همکاران [9]	سیستم‌های مختلف	بهینه‌سازی سیاست جایگزینی و نگه‌داری در شرایط عدم قطعیت	فرآیندهای تصمیم‌گیری مارکوف	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد
سوپراساد و همکاران [6]	سیستم‌های بار-اشتراکی	مدل‌سازی و تحلیل سیستم‌های بار-اشتراکی	روش‌های تحلیلی و عددی	ندارد	دارد	ندارد	ندارد

جدول ۱- ادامه.

Table 1- Continued.

نویسندگان	ساختار سیستم	مدل مساله	روش حل	مدل مخاطره متناسب	مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده	مدل تخصیص افزونگی	یکپارچه‌سازی تخصیص افزونگی، مدل مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده
کومار و همکاران [20]	سیستم‌های تعمیرپذیر	مدل‌سازی قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی نگه‌داری	الگوریتم‌های بهینه‌سازی	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد
محمد و همکاران [7]	سیستم‌های k از n	ارزیابی قابلیت اطمینان با مدل‌های مخاطره متناسب	تحلیل مارکوف و مدل مخاطره متناسب	دارد	دارد	ندارد	ندارد
بلزونز و همکاران [22]	سیستم‌های با اجزای وابسته	تخصیص افزونگی برای سیستم‌های با اجزای وابسته	مدل‌های بهینه‌سازی قابلیت اطمینان	ندارد	ندارد	دارد	ندارد
کیزر و همکاران [11]	سیستم‌های چندجزیی	تحلیل تعاملات تخریب در سیستم‌های چندجزیی	برنامه‌ریزی دینامیک	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد
یحیی‌تبار و نجفی [12]	سیستم‌های چندجزیی	استراتژی‌های توزیع بار با نظارت مداوم و دوره‌ای	شبیه‌سازی و بهینه‌سازی	دارد	ندارد	ندارد	ندارد
ژانگ و همکاران [13]	سیستم‌های با ممیزی دوره‌ای	سیاست نگه‌داری با آستانه‌های پویا و چندین اقدام نگه‌داری	روش‌های مارکوف و مونت کارلو	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد
امیری و همکاران [24]	سیستم‌های سری- موازی	مدل بهینه‌سازی چندهدفه برای تخصیص افزونگی	الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه	ندارد	ندارد	دارد	ندارد
شریفی و همکاران [23]	سیستم‌های k از n بار-اشتراکی	بهینه‌سازی بازه بازرسی با افزونگی ترکیبی	بهینه‌سازی فاصله بازرسی	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد
جین و همکاران [21]	سیستم‌های تعمیرپذیر	تخصیص افزونگی و قطعات یدکی برای حداقل‌سازی هزینه	روش‌های بهینه‌سازی و تحلیل هزینه	ندارد	ندارد	دارد	ندارد
کایدپور و همکاران [19]	سیستم‌های تعمیرپذیر آماده‌به‌کار گرم	الگوریتم ژنتیک مبتنی بر زنجیره مارکوف برای تخصیص افزونگی	زنجیره مارکوف و الگوریتم ژنتیک	ندارد	ندارد	دارد	ندارد
مدل پیشنهادی	سیستم‌های سری- موازی با اشتراک بار	بهینه‌سازی ترکیبی تخصیص افزونگی و نگه‌داری با مدل مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده	مدل مخاطره متناسب، نرخ خرابی دستکاری‌شده و برنامه‌ریزی دینامیک	دارد	دارد	دارد	دارد

هدف از مدل‌سازی، تعیین تعداد بهینه قطعات افزونه‌ای در هر زیرسیستم به‌گونه‌ای است که علاوه بر در نظرگرفتن وابستگی تصادفی، هزینه‌های عملیاتی و نگه‌داری را به‌حداقل برساند و در عین‌حال سطح مطلوبی از قابلیت اطمینان را برآورده کند.

۴- مدل پیشنهادی

با توجه به‌فرض‌های ارایه‌شده در بخش قبل، در یک سیستم پیچیده، خرابی هر مولفه منجر به‌توزیع مجدد بار آن میان سایر اجزا باقی‌مانده می‌شود. در این شرایط بار کل L بین تمام اجزا تقسیم می‌شود. به‌طور خاص، در یک زیرسیستم با اجزا موازی، اگر مولفه j دچار خرابی شود، بار توزیع‌شده روی سایر اجزا با استفاده از معادله‌های زیر توصیف می‌شود. در اینجا، n_i نشان‌دهنده تعداد کل اجزا در زیرسیستم i و q حداقل تعداد اجزا موردنیاز برای حفظ عملکرد موثر سیستم است. بار zl برای $j=0,1,\ldots$ در بازه زمانی $[\tau_{ijk}, \tau'_{ijk}]$ در نظر گرفته می‌شود. نحوه توزیع مجدد باربر اساس مطالعه آماری و همکاران [5] تعیین شده است. در سیستم‌های دارای اشتراک بار، بار کل L بین زیرسیستم‌های مختلفی که هرکدام دارای بار خاص خود L_i هستند، توزیع می‌شود. درون هر زیرسیستم i، این بار به‌طور مساوی بین تمام n_i مولفه توزیع می‌شود. بار هر مولفه، که zl_{i0} نشان داده می‌شود، در حالتی که هیچ مولفه‌ای دچار خرابی نشده باشد، مطابق با **معادله (۱)** محاسبه می‌شود:

$$zl_{i0}=\frac{L_i}{n_i}.For\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\}. \qquad (۱)$$

۴-۱- اشتراک بار

اگر m مولفه در زیرسیستم i دچار خرابی شوند، بار L_i بین اجزا باقی‌مانده که تعداد آن‌ها n_i -m است، توزیع مجدد می‌شود. این فرآیند توزیع مجدد تضمین می‌کند که حداقل q مولفه عملیاتی باقی بمانند. بار هر مولفه باقی‌مانده، با zl_{im} نشان داده می‌شود، طبق **معادله (۲)** به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Zl_{im}=\frac{L_i}{(n_i\ -m)}\ \ for\ all\ \ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\}, \text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\}. \qquad (۲)$$

۴-۲- مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده

مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده که توسط بهاتاچاریا و سوجوتی [26] معرفی‌شده است، یکی از چارچوب‌های اساسی در مهندسی قابلیت اطمینان محسوب می‌شود و نشان می‌دهد که چگونه افزایش سطح تنش می‌تواند منجر به تسریع نرخ خرابی یک مولفه شود. در سیستم‌های سری-موازی با بارگذاری مشترک، چندین روش برای مدل‌سازی تاثیر خرابی یک جز بر سایر اجزا وجود دارد، ازجمله مدل‌های کو پولا، فرآیند پواسون وابسته، مدل‌های شکست شتابیده و شبکه‌های بیزین پو یا. با این‌حال، نرخ خرابی دستکاری‌شده به‌واسطه سادگی، انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی وابستگی بار، قابلیت ترکیب با مدل‌های مخاطره متناسب و کارایی محاسباتی بالاتر، به‌عنوان انتخاب مناسبی برای بهینه‌سازی نگه‌داری و بهبود قابلیت اطمینان در صنایع مختلف شناخته می‌شود. در این مدل، نرخ خطر پایه با استفاده از یک ضریب تعدیل‌کننده، موسوم به δ_{im} اصلاح می‌شود که مقدار آن وابسته به سطح بار اعمال‌شده، یعنی zl_{im} است. در شرایط اولیه، هنگامی‌که هیچ خرابی‌ای در سیستم رخ نداده است، نرخ خرابی مولفه برابر با $h_{ij0}(t)$ است، اما در شرایطی که برخی مولفه‌ها دچار خرابی شده‌اند، نرخ خطر متناسب برای mامین خرابی مولفه j در زیرسیستم i با $h_{ijm}(t)$ نمایش داده می‌شود و بیانگر نرخ خرابی وابسته به بارگذاری مشترک است.

تابع خطر پایه، مبنای تحلیل نرخ‌های خرابی در سیستم‌های دارای اشتراک بار است. بر اساس مطالعات شوئر [27]، نرخ خرابی در این سیستم‌ها به تعداد مولفه‌های فعال بستگی دارد. به‌طور خاص، اگر تمامی مولفه‌ها در حال عملکرد باشند، نرخ خرابی پایه برابر $h_{ij0}(t)$ خواهد بود. این رابطه در **معادله (۳)** توصیف شده است:

$$h(t)=h_{ijm}(t)=\delta_{im}h_{ij0}(t)\tau_{ijk}\le t\le\tau_{ijk} for\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\},\ j\in\{1,\ 2,\ldots,n_i\},\ for\ all\ m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\}. \qquad (۳)$$

بر اساس مطالعه مکیس و جاردین [25]، تابع خطر پایه برای توزیع و یبول، در شرایطی که تمامی اجزا فعال باشند (m=0)، برای مولفه j در زیرسیستم i، با **معادله (۴)** تعریف می‌شود:

$$h_{ij0}(t)=\frac{\beta_{ij}}{\eta_{ij}}\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}-1}\ \ for\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\},\ for\ all\ j\in\{1,2,\ldots,n_i\},\ for\ all\ m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\}. \qquad (۴)$$

در این عبارت، η_{ij} و β_{ij} به‌ترتیب پارامترهای مقیاس و شکل توزیع و یبول برای مولفه j در زیرسیستم i هستند. این پارامترها معمولا با استفاده از

روش برآورد حداکثر درست‌نمایی[1] تخمین زده می‌شوند که بر اساس تاریخچه خرابی سیستم برای ارایه تخمین‌های دقیق به‌کار می‌رود. همان‌طور که گلمکانی و فتاحی‌پور [28] اشاره کرده‌اند، روش برآورد حداکثر درست‌نمایی یک رویکرد استاندارد و کارآمد در مهندسی قابلیت اطمینان است که امکان تعیین پارامترهای توزیع عمر اجزا را با دقت بالا فراهم می‌کند.

۳-۴- فاکتور دستکاری‌شده (δ_{im})

فاکتور دستکاری‌شده (δ_{im}) که در مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده معرفی‌شده است، تاثیر بار zl_{im} را که بین اجزای باقی‌مانده در زمان t در زیرسیستم i توزیع می‌شود، کمی‌سازی می‌کند. این فاکتور نقش مهمی در تحلیل اثرات شرایط عملیاتی متغیر بر نرخ خرابی اجزا دارد. بر اساس مطالعات آماری و همکاران [5]، مقدار این فاکتور از طریق **معادله (۵)** تعیین می‌شود:

$$\delta_{im}=(zl_{im})^{1.5}=(\frac{L_i}{n_i-m})^{1.5},\ \text{for all } i\in\{1,2,\dots,I\},\ \text{for all } m\in\{0,1,2,\dots,n_i-q\}. \quad (۵)$$

۴-۴- نرخ خرابی ترتیبی اجزا در سیستم

نرخ خرابی کل سیستم هنگام وقوع mامین خرابی در زیرسیستم i با $\alpha_{im}(t)$ نمایش داده می‌شود. مطابق با مطالعات شوئر [27]، مقدار $\alpha_{i1}(t)$ بیانگر نرخ خرابی سیستم در هنگام وقوع اولین خرابی است، در حالی‌که $\alpha_{i(m+1)}(t)$ نرخ خرابی سیستم را در لحظه وقوع $(m+1)$ امین خرابی نشان می‌دهد. این روابط در **معادله‌های (۶)** و **(۷)** به‌تفصیل ارایه شده‌اند:

$$\alpha_{i1}(t)=n_i h_{ij0}(t)\ \text{for all } i\in\{1,2,\dots,I\},\ j\in\{1,2,\dots,n_i\},\ \text{for all } m\in\{0,1,2,\dots,n_i-q\}. \quad (۶)$$

$$\alpha_{i(m+1)}(t)=(n_i-m)h_{ijm}(t)=(n_i-m)\delta_{im}h_{ij0}(t),\quad \text{for all } i\in\{1,2,\dots,I\},\ j\in\{1,2,\dots,n_i\},\ \text{for all } m\in\{0,1,2,\dots,n_i-q\}. \quad (۷)$$

۵-۴- قابلیت اطمینان سیستم

بر اساس رویکرد مطرح‌شده توسط شوئر [27]، قابلیت اطمینان هر زیرسیستم با اجزای موازی از طریق مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده ارزیابی می‌شود. در این مدل، $H0(t)$ به‌عنوان تابع خطر تجمعی پایه عمل می‌کند و معیار اصلی برای برآورد احتمال خرابی در طول زمان محسوب می‌شود. قابلیت اطمینان کل سیستم با استفاده از تبدیل‌های معرفی‌شده توسط بهاتاچاریا و سوجویتی [26] معرفی و گسترش‌یافته توسط مادی [29] محاسبه می‌شود. این روابط به‌طور دقیق در **معادله‌های (۸)** و **(۹)** ارایه شده‌اند:

$$A_{im}=\prod_{\substack{m=1\\ m'\neq m}}^{n_i-q+1}\frac{n_i-m'+1).\delta_{i(m'-1)}}{n_i-m'+1).\delta_{i(m'-1)}-n_i-m+1).\delta_{i(m-1)}}=\prod_{\substack{m=1\\ m'\neq m}}^{n_i-q+1}\frac{\alpha_{im'}}{\alpha_{im'}-\alpha_{im}}, \quad (۸)$$

$$\text{for all } i\in\{1,2,\dots,I\},\ \text{for all } m,m'\in\{1,2,\dots,n_i-q+1\}.$$

$$R_i\ t)=\left[\sum_{m=1}^{n_i-q+1}A_{im}\exp-\alpha_{im}t)\right]=$$

$$\left[\sum_{m=1}^{n_i-q+1}A_{im}\exp(-(n_i-m+1)\delta_{i(m-1)}H_0(t))\right],\quad \text{for all } i\in\{1,2,\dots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\dots,n_I\},\ \text{for all } m\in\{1,2,\dots,n_i-q+1\}, \quad (۹)$$

$$k\in\{1,2,\dots,K\},\ \text{for all } Z\in\{1,\dots,S\}.$$

[1] MLE

این معادله‌ها در بخش‌های بعدی، (محدودیت قابلیت اطمینان)، برای تحلیل‌های بیشتر استفاده می‌شوند.

۴-۶- نرمال‌سازی با استفاده از تکنیک تبدیل زمان

$$H_{ij0}(t)=\int_0^t h_{ij0}(t)dt=\int_0^t \frac{\beta_{ij}}{\eta_{ij}}\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}-1}dt=\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}} \quad \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_I\},\ \text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\},\ \text{for all } k\in\{1,2,\ldots,K\}. \tag{۱۰}$$

$$h_{ij0}(t,Z_{ijk}\ t))=\frac{\beta_{ij}}{\eta_{ij}}\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}-1}exp\{\gamma_{ij}Z_{ijk}\ t)\}\ t=0,\Delta,2\Delta,\ldots\ \Delta>0,\ \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},$$
$$\text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_I-q\},\ \text{for all } k\in\{1,2,\ldots,K\}. \tag{۱۱}$$

طبق تحقیق آماری و همکاران [5]، مدل‌های نرخ خرابی دستکاری‌شده را می‌توان با استفاده از تبدیل زمان به مدل‌های معادل با توزیع‌نمایی ساده‌سازی کرد. این روش با نرمال‌سازی رفتار خرابی پایه، تحلیل مدل را تسهیل کرده و امکان بهره‌گیری از خواص ساده‌تر توزیع‌نمایی را فراهم می‌آورد.

در سیستم‌های بارگذاری مشترک که نرخ خطر اجزا تحت تاثیر تغییرات بار قرار دارد، نرخ خطر مطابق مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده به‌صورت $h(t)=\delta_{im}h_{ij0}(t)$ بیان می‌شود. با اعمال تبدیل زمان، مقیاس زمانی جدید y به‌گونه‌ای تعریف می‌شود که تابع خطر تجمعی پایه $H0(t)$ را نرمال‌سازی کند، به‌طوری‌که $H_0(t)=y$. در این مقیاس تبدیل‌شده، نرخ خرابی مولفه‌ها ثابت‌شده و مقدار آن برابر با $h_{ijm}(t)=\delta_{im}$ برای $m=0,1,2,\ldots,n_i-q$ خواهد بود. این ویژگی باعث می‌شود مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده معادل با یک مدل نمایی بارگذاری مشترک با نرخ خرابی ثابت در نظر گرفته شود، که تحلیل سیستم را ساده‌تر می‌سازد.

۴-۷- مدل مخاطره متناسب

مدل مخاطره متناسب برای مدل‌سازی خرابی سیستم‌ها با در نظرگرفتن عوامل خارجی تاثیرگذار بر نرخ خرابی استفاده می‌شود. در این مطالعه، این مدل برای استخراج تابع خطر تجمعی و نرخ‌های خرابی سیستم‌های چندجزیی به‌کار رفته و بر تحلیل تخریب و عدم‌اطمینان تمرکز دارد. تابع خطر تجمعی $H_{ij0}(t)$ به‌صورت انتگرال از تابع خطر پایه در طول زمان بیان می‌شود، همان‌طور که در **معادله (۱۰)** نشان داده‌شده است:

بر اساس مطالعه مکیس و جاردین، نرخ خرابی مولفه j در زیرسیستم i مطابق با **معادله (۱۱)** تعریف می‌شود. در این معادله، $Z_{ijk}\ t)$ نشان‌دهنده‌ی وضعیت سیستم یا پارامتر عدم‌اطمینان است که بر رفتار خرابی تاثیر می‌گذارد:

پارامتر γ_{ij} نمایانگر وزن متغیر وابسته در تابع خرابی مولفه j در زیرسیستم i است که تاثیر عوامل خارجی یا وضعیت سیستم را بر رفتار خرابی مولفه مشخص می‌کند.

این رویکرد با چارچوب مدل مخاطره متناسب هم‌راستا است، زیرا متغیرهای وابسته یا وضعیت‌های سیستم را برای تنظیم نرخ خطر پایه در نظر می‌گیرد. فرآیند متغیر وابسته در فواصل زمانی گسسته به‌اندازه Δ نظارت می‌شود. طول این فواصل می‌تواند بسته به نرخ تغییر در فرآیند متغیر وابسته انتخاب شود و فواصل زمانی معمولا به‌صورت ساعت، روز یا هفته تعیین می‌گردد [30].

۴-۸- ادغام مدل‌های مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده

ادغام مدل‌های مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده یک چارچوب تحلیلی فراهم می‌آورد که در آن تاثیرات بار مشترک بر نرخ‌های خطر در سیستم‌های چندجزیی به‌دقت موردبررسی قرار می‌گیرد [31]. در چارچوب مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده، نرخ خطر در زمان t، با در نظرگرفتن بار مشترک بر سایر اجزا، به‌صورت **معادله (۱۲)** بیان می‌شود:

$$h_{ijm}(t,Z_{ijk}(\tau_{ijk}),zl_{im})=h_{ij0}(t)\exp(Z_{ijk}(t))\,\delta_{im}\ \tau_{ijk}\le t\le\tau'_{ijk},\ \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},$$
$$\text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\},\ \text{for all } k\in\{1,2,\ldots,K\}. \qquad (۱۲)$$

تابع تجمعی خطر $H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})$ برای بازه $[\tau_{ijk},\tau'_{ijk}]$ به‌صورت **معادله (۱۳)** بیان می‌شود:

$$H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})=\int_{\tau_{ijk}}^{\tau'_{ijk}} h_{ij0}(t,Z_{ijk}(\tau_{ijk}),zl_{im})dt. \qquad (۱۳)$$

با جایگزینی تابع نرخ خطر $h_{ij0}(t,Z_{ijk}(\tau_{ijk}),zl_{im})$ در معادله انتگرال، **معادله (۱۴)** به دست می‌آید:

$$H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})=\int_{\tau_{ijk}}^{\tau'_{ijk}}\frac{\beta_{ij}}{\eta_{ij}}\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}-1}\exp\{\gamma_{ij}Z_{ijk}(t)\}\delta_{im}dt,$$
$$\text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},, \qquad (۱۴)$$
$$\text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\},\ \text{for all } k\in\{1,2,\ldots,K\}.$$

معادله فوق برابر است با **معادله (۱۵)** که در ادامه آورده شده است:

$$H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})=\left(\left(\frac{\tau'_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}}-\left(\frac{\tau_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}}\right)\exp\{\gamma_{ij}Z_{ijk}\ t)\}\delta_{im}=\left(\frac{\tau'_{ijk}-\tau_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^{\beta}\exp\{\gamma_{ij}Z_{ijk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})\}\delta_{im}. \qquad (۱۵)$$

۴-۹- هزینه تعمیرات حداقلی

بین بازرسی‌ها، یک بازه زمانی وجود دارد که در آن سیستم ممکن است دچار خرابی شود. در این شرایط، از سیاست تعمیر حداقلی استفاده می‌شود. این رویکرد نگه‌داری به‌منظور بازگرداندن اجزا به وضعیت قبل از خرابی به‌کار گرفته می‌شود تا سیستم بتواند به عملکرد عادی خود ادامه دهد. لازم به ذکر است که تعمیرات حداقلی نرخ خرابی سیستم را بهبود نمی‌دهد؛ بنابراین، برای محاسبه هزینه‌های نگه‌داری در افق زمانی برنامه‌ریزی، ضروری است که تعداد پیش‌بینی‌شده خرابی‌ها بین بازرسی‌ها مشخص شود. در نقطه بازرسی k، تعداد پیش‌بینی‌شده خرابی‌های سیستم را می‌توان با استفاده از تابع تجمعی خطر $H_0(t)$ که شدت کل خطر یا خرابی را تا زمان t نشان می‌دهد، محاسبه کرد. تعداد پیش‌بینی‌شده خرابی‌ها بین دونقطه بازرسی τ_{ijk} و τ'_{ijk} را می‌توان با استفاده از **معادله (۱۶)** محاسبه کرد:

$$H_{ij0}(\tau'_{ijk})-H_{ij0}(\tau_{ijk})=\left(\left(\frac{\tau'_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}}-\left(\frac{\tau_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}}\right)\exp\{\gamma_{ij}Z_{ijk}\ t)\}\delta_{im}=\left(\frac{\tau'_{ijk}-\tau_{ijk}}{\eta_{ij}}\right)^{\beta}\exp\{\gamma_{ij}Z_{ijk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})\}\delta_{im}. \qquad (۱۶)$$

$$\text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},\ \text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i-q\},\ \text{for all } k\in\{1,2,\ldots,K\}.$$

بر اساس تحقیق آماری و همکاران [5] در مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده با نرخ خرابی پایه $h_{ij0}(t)$ و نرخ خرابی تجمعی که به‌صورت $H_{ij0}(t)$ نشان داده می‌شود، برای یک سیستم موازی تحت مقیاس معمولی t، خطر تجمعی $H_{ijmk}(t)$ متناسب با مدل پیشنهادی به‌صورت **معادله (۱۷)** بیان می‌شود:

$$H_{ijmk}(t)=H_{ijm}(\tau_{ijk})\delta_m[H_{ij0}(t)-H_{ij0}(\tau_{ijk})]\ (\tau_{ijk}\le t\le\tau'_{ijk}. \qquad (۱۷)$$

هزینه تعمیر حداقلی به‌عنوان ورودی به سیستم در نظر گرفته می‌شود. هزینه پیش‌بینی‌شده نگه‌داری حداقلی از طریق ضرب هزینه تعمیر هر مولفه Cmr_{ij} در تعداد خرابی‌های پیش‌بینی‌شده به دست می‌آید. بر اساس تحقیق کریوتسوف و همکاران [32]، تابع خطر تجمعی برای اشتراک بار در یک سیستم سری، همان‌طور که در مدل جاری اعمال می‌شود، به‌صورت **معادله (۱۸)** بیان می‌شود:

$$H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk};Z_{ijk}(\tau_{ijk}),L,n_i)=n_i\,H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk};Z_{ijk}(\tau_{ijk}),\frac{L_i}{n_i}\ ). \qquad (۱۸)$$

۴-۱۰- هزینه تعویض

متغیر تعویض اجزا که با متغیر Ir_{ijk} نشان داده می‌شود که در **معادله (۱۹)** تعریف‌شده است. با مقایسه حد کنترل برای هر زیرسیستم که با $d(i)$ نشان داده می‌شود، با نرخ مخاطره نسبی، اگر نرخ خطر از صفر بیشتر باشد، متغیر تعویض برابر با یک قرار می‌گیرد که نشان‌دهنده نیاز به تعویض است؛ در غیر این صورت، مقدار آن صفر خواهد بود. این مقایسه به‌طور دقیق در ادامه توضیح داده‌شده است:

$$Ir_{ijk}(h_{ijm}(\tau'_{ijk},Z_{ijk},zl_{im})\text{-}d)=\begin{cases}0 & \text{if } (h_{ijm}(\tau'_{ijk},Z_{ijk},zl_{im})\text{-}d(i))<0\\ 1 & \text{if } (h_{ijm}(\tau'_{ijk},Z_{ijk},zl_{im})\text{-}d(i))\geq 0\end{cases} \quad \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},$$
$$\text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},\ \text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i\text{-}q\}, \qquad (۱۹)$$
$$\text{for all } k\in\{1,2,\ldots,K\},\ \text{for all } Z_{ij(k-1)}\in\{1,\ldots,S\}.$$

هزینه تعویض اجزا که با Crp_{ij} نشان داده می‌شود، به‌عنوان یک پارامتر ورودی در نظر گرفته می‌شود. تصمیم‌گیری برای تعویض اجزا بر اساس **معادله (۲۰)** تعیین‌شده و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tau_{ijk}=\tau'_{ijk}(1\text{-}Ir_{ijk}(h_{ijm}(\tau'_{ijk},Z_{ijk},zl_{im})\text{-}d(i))),\quad \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\}, \qquad (۲۰)$$
$$\text{for all } m\in\{0,1,2,\ldots,n_i\text{-}q\},\ k\in\{1,2,\ldots,K\},\ Z_{ij(k-1)}\in\{1,2,\ldots,S\}.$$

اگر متغیر Ir_{ijk} برابر با یک باشد، قطعه تعویض می‌شود در غیر این صورت، سن آن به‌اندازه یک دوره بازرسی افزایش می‌یابد که جزییات آن در معادله‌های **(۲۱)** تا **(۲۴)** توضیح داده‌شده است:

$$\tau'_{ijk}=\Delta+\tau_{ijk}. \qquad (۲۱)$$
$$\tau_{ijk}=0. \qquad (۲۲)$$
$$\tau_{ijk}.\tau'_{ijk}\geq 0. \qquad (۲۳)$$
$$Ir_{ijk}\in\{0,1\}. \qquad (۲۴)$$

۴-۱۱- هزینه خاموشی

هر زمان که تمامی اجزای یک زیرسیستم در یک دوره واحد تعویض شوند، یک هزینه ثابت از کار افتادگی که با C_{down} نشان داده می‌شود، برای هر دوره در نظر گرفته می‌شود. این هزینه در تابع هدف در بخش‌های بعدی لحاظ خواهد شد. از کار افتادگی سیستم در هر دوره با استفاده از **معادله (۲۵)** تعیین می‌شود که در آن y_k یک متغیر دودویی است که نشان می‌دهد آیا از کار افتادگی رخ داده است $(y_k=1)$ یا خیر$(y_k=0)$:

$$y_k=1-\prod_{i=1}^{i=I}(1-\prod_{j=1}^{n_i}Ir_{ijk})\ \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},\ k\in\{2,\ldots,K\}. \qquad (۲۵)$$

۴-۱۲- ماتریس احتمال انتقال

ماتریس احتمال انتقال که با استفاده از متغیرهای دودویی ω و ω' تعریف می‌شود، تاثیر یک مولفه بر سایر مولفه‌ها در همان زیرسیستم را نشان می‌دهد [31]. این متغیرها توسط **معادله (۲۶)** تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases}Z_{ij(k-1)}\in\{s=0\} & \omega=0\ ,\ \omega'=0\\ Z_{ij(k-1)}\in\{s=1\} & \omega=1\ ,\ \omega'=0\\ Z_{ij(k-1)}\in\{s=2\} & \omega=0\ ,\ \omega'=1\end{cases} \quad \text{for all } i\in\{1,2,\ldots,I\},\ \text{for all } j\in\{1,2,\ldots,n_i\},\ k\in\{2,\ldots,K\}. \qquad (۲۶)$$

۱-۱۲-۴- تعریف ماتریس‌های احتمال انتقال

پیرو تحقیق ناصر صراف و همکاران [31] ماتریس‌های P، P' و P'' احتمال‌های شرطی $\{M\times M\}$ برای مولفه j در زیرسیستم i در نقطه بازرسی k، تحت وضعیت s محاسبه می‌شوند. این ماتریس‌ها برای مدل‌سازی پیشرفت وضعیت مولفه‌ها در طول زمان و تحلیل تخریب آن‌ها ضروری هستند.

۱. P: احتمال انتقال یک مولفه بین وضعیت‌های مختلف، به شرطی که همه مولفه‌های دیگر در زیر سیستم i در بازرسی قبلی در وضعیت $s=0$ (سالم) باشند.
۲. P': احتمال انتقال یک مولفه بین وضعیت‌ها زمانی که حداقل یک مولفه دیگر در زیرسیستم i در بازرسی قبلی در وضعیت $s=1$ (تخریب متوسط) باشد که تاکید بر احتمال باقی ماندن در $s=1$ یا پیشرفت به $s=2$ دارد.
۳. P'': احتمال انتقال یک مولفه بین وضعیت‌ها زمانی که حداقل یک مولفه دیگر در زیرسیستم i در بازرسی قبلی در وضعیت $s=2$ (تخریب شدید) باشد که تمرکز بر ماندگاری در $s=2$ یا پیشرفت از $s=1$ به $s=2$ دارد.

هر مولفه می‌تواند در یکی از سه وضعیت سالم ($s=0$)، تخریب متوسط ($s=1$)، یا تخریب شدید ($s=2$) قرار داشته باشد.

۲-۱۲-۴- تعاملات مولفه‌ها

برای تعمیم تعاملات مولفه‌ها در یک سیستم m- مولفه‌ای، از متغیر j، برای نمایش مولفه‌ها استفاده می‌شود. این بدان معناست که $j, j'\in n_i$، نشان‌دهنده مولفه‌های موجود در زیرسیستم i است؛ بنابراین، تعامل بین مولفه‌ها با ϕ_k نمایش داده می‌شود.

به‌طور خاص، ϕ_k برداری از تمام متغیرهای تصادفی شامل وضعیت مولفه‌ها را نشان می‌دهد و به‌صورت زیر است:

$$\phi_k = \left(Z_{11k}, Z_{12k}, \dots, Z_{1n_1k}, Z_{21k}, Z_{22k}, \dots, Z_{2n_2k}, \dots, Z_{in_ik}\right).$$

با توجه به اینکه وضعیت بازرسی $(k-1)\Delta$ به‌صورت زیر است:

$$\phi_{k\text{-}1} = \left(Z_{11\ k\text{-}1)}, Z_{12\ k\text{-}1)}, \dots, Z_{1n_1\ k\text{-}1)}, Z_{21\ k\text{-}1)}, Z_{22\ k\text{-}1)}, \dots, Z_{2n_2\ k\text{-}1)}, \dots, Z_{in_i\ k\text{-}1)}\right).$$

نشان داده‌شده است. احتمال شرطی $PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}$ نشان‌دهنده احتمال قرار گرفتن یک مولفه در وضعیت ϕ_k در حین بازرسی جاری، با توجه به وضعیت قبلی ϕ'_k و وضعیت سایر مولفه‌ها در بازرسی قبلی است. مطابق مطالعه ناصر صراف و همکاران [31] این رابطه در **معادله (۲۷)** بیان شده است.

$$PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)} = P_{(\dots,\left(\left(\left(Z_{ij\ k\text{-}1)}, Z_{ijk}\right)\middle|\left\{Z_{ij'\ k\text{-}1)}\middle|j'\in\{1,\dots,\ n_i\}, j\neq j'\right\}\right),\dots)}, \qquad \textbf{(۲۷)}$$

$$for\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \dots,\ I\},\qquad for\ all\ j\in\{1,2,\dots,\ n_i\},\qquad for\ all\ k\in\{2,\dots,K\}.$$

با استفاده از بردارهای ϕ_k و ϕ'_k، تابع میانگین مقادیر مشاهده‌شده ϕ'_k و تصمیم‌گیری انجام‌شده در مرحله $(k\text{-}1)$ که با $E_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}$ نمایش داده می‌شود، محاسبه خواهد شد.

از نظر عملی، $E_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}$ برای در نظرگرفتن تاثیر داده‌های مشاهده‌شده ϕ'_k در برآورد یا پیش‌بینی ϕ_k استفاده می‌شود. بر اساس این عوامل، ماتریس احتمال شرطی انتخاب می‌شود. با استفاده از این ماتریس، احتمال انتقال وضعیت برای مولفه منتخب $PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}$ به‌دست می‌آید. با در نظرگرفتن توزیع احتمالی ϕ_k تحت شرط ϕ'_k، امید ریاضی شرطی به‌صورت $E_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)} = \sum \phi_k . PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}$ محاسبه می‌شود که در این معادله، $PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}$ از طریق ماتریس احتمال انتقال استخراج می‌شود. اطلاعات دقیق‌تر در بخش بعدی ارایه خواهد شد.

۳-۱۲-۴- محاسبه کلی ماتریس احتمال انتقال

تحلیل ماتریس احتمال انتقال به تحلیل وابستگی‌های متقابل خرابی‌های مولفه‌ها و تاثیرات متقابل آن‌ها می‌پردازد. در نقطه بازرسی اولیه، فرض بر این است که همه مولفه‌ها از وضعیت صفر شروع می‌کنند و مطابق با ماتریس احتمال انتقال P عمل می‌کنند.

مطابق مطالعه ناصر صراف و همکاران [31]، احتمال انتقال کلی که با $PT_{(\phi_k|\phi_{k-1})}$ نمایش داده می‌شود، طبق توضیحات **معادله‌های (۲۸)** و **(۲۹)** برای سیستم‌های سری-موازی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}=\prod_{i=1}^{I}\left(P\left(\left(Z_{ij\,k-1)},Z_{ijk}\right)\middle|\left\{Z_{ij'\,k-1)}\middle|j'\in\{1,\dots,n_i\},j\neq j'\right\}\right)^{1-\omega-\omega'},$$
$$++P'\left(\left(Z_{ij\,k-1)},Z_{ijk}\right)\middle|\left\{Z_{ij'\,k-1)}\middle|j'\in\{1,\dots,n_i\},j\neq j'\right\}\right)^{\omega,}$$
$$P''\left(\left(Z_{ij\,k-1)},Z_{ijk}\right)\middle|\left\{Z_{ij'\,k-1)}\middle|j'\in\{1,\dots,n_i\},j\neq j'\right\}\right)^{\omega,'} \quad (۲۸)$$
$$for\ all\ j\in\{1,2,\dots,n_i\},\ for\ all\ k\in\{2,\dots,K\},\ Z_{ij(k-1)}\in\{1,2,\dots,S\},$$

$$PT_{(\phi_k|\phi_{k-1})}=\prod_{i=1}^{I}PR_{\left(\phi_k|\phi'_k\right)}. \quad (۲۹)$$

متغیرهای باینری که در **معادله (۲۶)** معرفی شده‌اند، برای محاسبه ماتریس احتمال انتقال در یک زیرسیستم به‌کار می‌روند. جزییات محاسبات مربوطه در **معادله‌های (۳۰)** تا **(۳۴)** ارایه شده است.

$$\omega+\omega'\leq 1. \quad (۳۰)$$
$$\omega+\omega'=0 \quad for\ all\ Z_{ij(k-1)}\in\{s=0\}. \quad (۳۱)$$
$$\omega=1 \quad for\ all\ Z_{ij(k-1)}\in\{S=1\}, \quad (۳۲)$$
$$\omega'=1 \quad for\ all\ Z_{ij(k-1)}\in\{S=2\} \quad (۳۳)$$
$$\omega,\omega'\in\{0,1\}. \quad (۳۴)$$

۱۳-۴- محدودیت قابلیت اطمینان

در مدل پایه، فرض بر این است که خرابی‌های مولفه‌ها به‌طور مستقل از یکدیگر رخ می‌دهند. در این شرایط، محدودیت قابلیت اطمینان $R_{ijk}(t|0)$ با استفاده از **معادله (۳۵)** مشخص می‌شود:

$$R_{ijk}(t|0)=exp(-H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})),$$
$$for\ all\ i\in\{1,2,\dots,I\},\ for\ all\ j\in\{1,2,\dots,n_i\},\ for\ all\ m\in\{0,1,2,\dots,n_i-q\},k\in\{1,2,\dots,K\}. \quad (۳۵)$$

قابلیت اطمینان شرطی برای هر بازه زمانی نیز بر اساس **معادله (۱۱)** در **معادله (۳۶)** تعریف گردیده است:

$$R_{ijk}(t|0)=\exp\left(-\int_{\tau_{ijk}}^{\tau'_{ijk}}\frac{\beta_{ij}}{\eta_{ij}}\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}-1}\exp\left\{\gamma_{ij}Z_{ijk}(t)\right\}\delta_{im}dt\right),$$
$$for\ all\ i\in\{1,2,\dots,I\},\ for\ all\ j\in\{1,2,\dots,n_I\},\ for\ all\ m\in\{0,1,2,\dots,n_I-q\},$$
$$k\in\{1,2,\dots,K\}. \quad (۳۶)$$

قابلیت اطمینان کلی سیستم سری-موازی در مدل پایه که به‌عنوان $R_{Total}(k\Delta,\phi_k,\Delta)$ نمایش داده می‌شود، سپس از طریق **معادله (۳۷)** محاسبه می‌گردد:

$$R_{Total}(k\Delta,\phi_k,\Delta)=1-\prod_{i=1}^{i=I}(1-R_{ijk}(k\Delta,\phi_k,\Delta)). \quad (۳۷)$$

در مدل پیشنهادی، هدف اصلی تعیین محدودیت‌های بهینه برای کنترل زیرسیستم‌ها است تا اطمینان حاصل شود که قابلیت اطمینان کلی سیستم در تمام افق‌های برنامه‌ریزی به‌طور مداوم از آستانه مشخص‌شده فراتر می‌رود. برای این منظور، قابلیت اطمینان هر زیرسیستم با در نظرگرفتن

مدل‌های نرخ خرابی دستکاری‌شده و مخاطره متناسب از طریق **معادله (۳۸)** تعریف می‌شود که با استفاده از **معادله‌های (۸)** و **(۹)** قابل‌محاسبه است:

$$R_i\ t)=\left[\sum_{m=1}^{n_i-q+1} A_{im}\ exp\ -\alpha_{im}t)\right]^{exp(\gamma_{ij}Z)}=\left[\sum_{m=1}^{n_i-q+1} A_{im}exp(-(n_i-m+1)\delta_{i(m-1)}H_0(t))\right]^{exp\left(\gamma_{ij}Z_{ijk}\ t)\right)}, \quad (۳۸)$$

$$for\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\},\ for\ all\ j\in\{1,2,\ldots,n_i\},,$$

$$for\ all\ m\in\left\{1,2,\ldots,n_i-q+1\right\},\ k\in\{1,\ 2,\ \ldots,K\},\ for\ all\ \ Z\in\{1,\ldots,S\}.$$

علاوه بر این، طبق مطالعه لالس [33]، اثر ارتعاش تصادفی متغیر مشترک که عضوی از مجموعه $S = \{0,\ 1,\ \ldots,\ M\}$ است، بر قابلیت اطمینان سیستم به‌وسیله **معادله (۳۹)** داده می‌شود:

$$R(t|z)=[R_0\ t)]^{\exp(\gamma'Z)}\ \ for\ all\ \ Z\in\{1,\ldots,S\}, \quad (۳۹)$$

قابلیت اطمینان هر زیرسیستم با در نظرگرفتن وضعیت‌های مولفه‌ها در **معادله (۴۰)** فرض می‌شود که جزییات آن در ادامه بیان خواهد شد:

$$R_i(t|z)=[R_0\ t)]^{\exp(\frac{\sum_{j=1}^{n_i}\gamma_{ij}Z_{ij}}{n_i})}\ \ for\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\},\ \ for\ all\ j\in\{1,2,\ldots,n_I\},\ for\ all\ \ Z\in\{1,\ldots,S\}. \quad (۴۰)$$

قابلیت اطمینان زیرسیستم‌های سری بر اساس قابلیت اطمینان محاسبه‌شده هر زیرسیستم تعیین می‌شود، همان‌طور که در **معادله (۴۱)** نشان داده شده است:

$$R_T=\prod_{i=1}^{i=I} R_i\ (t|z)\ \ for\ all\ i\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ I\},\ Z\in\{1,\ldots,S\}. \quad (۴۱)$$

محدودیت (۴۲) درصد حداقل قابلیت اطمینان قابل‌قبول را تعیین می‌کند:

$$R_T\ k\Delta,\phi_k,\Delta)\geq R_{0,}\qquad for\ all\ \ k\in\{1,\ldots,K\}. \quad (۴۲)$$

۱۴-۴- تخصیص افزونگی در سیستم‌های سری-موازی

در سیستم‌های سری-موازی، هر زیرسیستم می‌تواند شامل قطعات افزونه‌ای باشد که به‌صورت موازی عمل می‌کنند تا از توقف کل سیستم در صورت خرابی یک مولفه جلوگیری کنند. در این صورت، با افزایش تعداد قطعات افزونه‌ای، قابلیت اطمینان سیستم بهبود می‌یابد؛ اما درعین‌حال، هزینه‌های سیستم و وزن کلی آن نیز افزایش می‌یابد. در این مطالعه، مساله تخصیص افزونگی در سیستم‌های سری-موازی با در نظرگرفتن وابستگی‌های تصادفی بین مولفه‌ها بررسی می‌شود. این وابستگی‌ها شامل اشتراک بار، نرخ خرابی وابسته و هزینه‌های تعمیر و نگه‌داری مشترک هستند. هدف اصلی این مدل بهینه‌سازی، تعیین تعداد بهینه قطعات افزونه‌ای است تا علاوه بر افزایش قابلیت اطمینان، محدودیت‌های هزینه و وزن نیز رعایت شود. تابع هدف در مدل تخصیص افزونگی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{O_i} Cn_i\ X_{ij}. \quad (۴۳)$$

نماد O_i تعداد قطعات موجود جایگزین برای هر زیرسیستم i و X_{ij} تعداد قطعه انتخابی برای زیرسیستم i از قطعات جایگزین O_i است. محدودیت‌های وزنی سیستم در **قید (۴۴)** به‌صورت زیر بیان شده است:

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{O_i} W_i\ X_{ij}\leq W_{Total}. \quad (۴۴)$$

این محدودیت تضمین می‌کند که وزن کلی سیستم W_{Total} از مقدار مجاز بیشتر نشود.

محدودیت تعداد کل قطعات سیستم به‌صورت زیر در **قید (۴۵)** آورده شده است:

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{O_i} X_{ij}\leq nTotal\ for\ all\ j\in\{1,\ 2,\ \ldots,O_i\}. \quad (۴۵)$$

این محدودیت کنترل می‌کند که تعداد کل قطعات تخصیص‌یافته (قطعات افزونگی) از مقدار کل مجاز تجاوز نکند.

محدودیت تعداد حداقل و حداکثر قطعات برای هر زیرسیستم به‌صورت زیر در **قید (۴۶)** آورده شده است:

$$nmini \le \sum_{j=1}^{O_i} X_{ij} \le nmaxi. \qquad (۴۶)$$

شرط (۴۷) مشخص می‌کند که متغیرهای X_{ij} باید عدد صحیح باشند و نمی‌توانند مقدار منفی داشته باشند.

$$X_{ij} \ge 0 \quad and\ integer. \qquad (۴۷)$$

۱۵-۴- تابع هدف با در نظرگرفتن وابستگی تصادفی و تخصیص افزونگی به سیستم

با در نظرگرفتن محدودیت‌های بیان‌شده در بخش قبلی، تابع هدف به‌منظور حداقل کردن[1] هزینه کل سیستم طراحی می‌شود. هزینه کل که با TC [2] نشان داده می‌شود، شامل هزینه‌های تعویض، هزینه‌های تعمیر حداقلی، هزینه‌های توقف سیستم و هزینه‌های افزونگی در بازه‌های بازرسی است. هدف از حداقل کردن TC دستیابی به یک راه‌حل موثر و کم‌هزینه است که ضمن رعایت تمامی محدودیت‌ها، عملکرد بهینه سیستم را تضمین کند. علاوه بر این، به دلیل وجود عدم قطعیت و ماهیت تصادفی سیستم که توسط متغیرهای تشخیصی ایجاد می‌شود، باید در هر نقطه بازرسی تصمیم‌گیری‌هایی در خصوص وضعیت‌های آینده مولفه‌ها در بازه‌های بازرسی بعدی صورت گیرد. بر اساس چارچوب اساسی ارایه‌شده توسط بیرژه و لووئو [34]، یک مدل تصادفی غیرخطی چندمرحله‌ای برای نگه‌داری منتهی بر شرایط یک سیستم سری-موازی توسعه داده‌شده است که در **معادله (۴۸)** بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} Min\ TC = E_{\phi_1}\Bigg[& \sum_i^I \sum_j^{n_i} \begin{matrix}(Cmr_{ij}H_{ijm1}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})+ \\ Crp_{ij}Ir_{ijk}((h_{ij}(\tau'_{ijk},Z_{ijk},zl_{im})\text{-}d))\end{matrix} + C_{down}y_1 + \sum_{j=1}^{O_i} Cn_iX_{ij} \\ & + E_{(\phi_2|\phi'_2)}\Bigg[\sum_i^I \sum_j^{n_i} (Cmr_{ij}H_{ijm2}(\tau_{ij2},\tau'_{ij2}) \\ & + Crp_{ij}Ir_{ij2}\Big((h_{ij}(\tau'_{ij2},Z_{ij2},zl_{im})\text{-}d)\Big) + C_{down}y_2 + \sum_{j=1}^{O_i} Cn_iX_{ij} + \cdots \\ & + E_{(\phi_k|\phi'_k)}\Bigg[\sum_i^I \sum_j^{n_i} (Cmr_{ij}H_{ijmk}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk}) \\ & + Crp_{ij}Ir_{ijk}\Big((h_{ij}(\tau'_{ijk},Z_{ijk},zl_{im})\text{-}d)\Big) + C_{down}y_k + \sum_{j=1}^{O_i} Cn_iX_{ij}\Bigg]\ldots\Bigg]\Bigg]. \end{aligned} \qquad (۴۸)$$

بر اساس مشاهده اولیه پارامترهای نامطمئن مانند وضعیت مولفه‌ها یا مقادیر متغیرهای تشخیصی، سن مولفه‌ها در ابتدای مرحله دوم تعیین می‌شود. این مقادیر تاثیر مستقیم بر تصمیمات آتی در بازرسی و نگه‌داری دارند. سپس در پایان هر مرحله، حدود کنترلی برای تنظیم نرخ مخاطرات سیستم تعیین می‌شود. این فرآیند به‌طور تکراری در طول افق برنامه‌ریزی ادامه یافته و به بهینه‌سازی راهبردهای تعمیر و نگه‌داری و افزایش قابلیت اطمینان سیستم کمک می‌کند.

[1] minimize (Min)

[2] Total Cost

۵- ارزیابی عملکرد مدل

در این بخش، عملکرد مدل پیشنهادی ارزیابی‌شده و تاثیر در نظرگرفتن وابستگی تصادفی بین مولفه‌ها و تخصیص افزونگی موردبررسی قرار می‌گیرد. این آزمایش، مدل پیشنهادی را با مدل‌های پایه مقایسه کرده و مزایای ذاتی متدولوژی مطالعه را برجسته می‌کند.

داده‌های ورودی این مطالعه از منابع معتبر ازجمله محمد و همکاران [7] و یحیی‌تبار و نجفی [12] استخراج‌شده است. ماتریس‌های احتمال انتقال و انتقال حالات برای وضعیت‌های مختلف مولفه‌ها تحت شرایط متفاوت در **جدول ۲** ارایه شده است، درحالی‌که **جدول ۳** پارامترهای کلیدی ورودی مورداستفاده در تحلیل قابلیت اطمینان را شامل می‌شود.

جدول ۲- ماتریس‌های احتمال انتقال برای سه حالت.

Table 2- Transition probability matrices for the three states.

S	P	P′	P″
S∈{0,1,2}	$\begin{bmatrix}0.6 & 0.3 & 0.1\\ 0 & 0.4 & 0.6\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.2 & 0.5 & 0.3\\ 0 & 0.4 & 0.6\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.1 & 0.4 & 0.3\\ 0 & 0.3 & 0.7\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، این ماتریس‌های احتمال انتقال، رفتار پو یای مولفه‌ها را در یک زیرسیستم در حالت‌های عملیاتی مختلف $S\in\{0,1,2\}$ نشان می‌دهند. این ماتریس‌ها امکان تحلیل قابلیت اطمینان و عملکرد سیستم را در طول زمان فراهم کرده و بینشی در خصوص تغییر وضعیت مولفه‌ها بر اساس شرایط قبلی ارایه می‌دهند.

علاوه بر این، پارامترهای کلیدی ورودی، ازجمله هزینه‌های تعمیر، جایگزینی، خاموشی سیستم، افزونگی، پارامترهای توزیع وییول و فواصل بازرسی، در **جدول ۳** ارایه شده‌اند.

جدول ۳- داده‌های ورودی برای هر مولفه.

Table 3- Input data for each component.

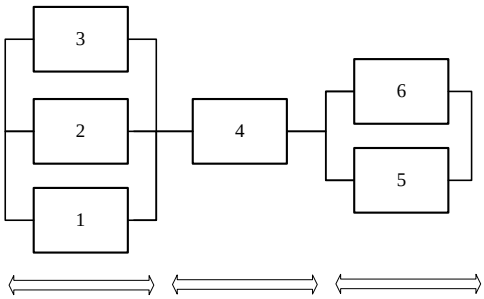
پارامتر	مقادیر	پارامتر	مقادیر
β	1.5	Cn	13
η	1000	W_i	20
γ	0.1	nmin-nmax	0-5
t	100	$nTotal$	20
C_{down}	10	W_{Total}	200
Crp	50	O_i	2-4
Cmr	10		

همان‌طور که قبلا ذکر شد، پارامترهای توزیع وییول (η وβ) با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی، طبق توضیحات گلماکانی و فتاحی‌پور [28] تخمین زده می‌شوند. بر اساس داده‌های ورودی ذکرشده، مطابق **معادله (۱۰)**، برای مدل پایه، تابع خطر تجمعی به‌صورت $H_{ij0}(t)=\left(\frac{t}{\eta_{ij}}\right)^{\beta_{ij}}$ تعریف می‌شود. با استفاده از **معادله (۳۵)**، تابع قابلیت اطمینان به‌صورت $R_{ijk}(t|0)=\exp(-H_{ij0}(\tau_{ijk},\tau'_{ijk})$ ارایه می‌شود. در مدل نرخ خرابی دستکاری‌شده، عامل تنظیم δ_{im} به‌صورت $\delta_{im}=(zI_{im})^{1.5}=(\frac{L_i}{(n_i-m)})^{1.5}$ بیان می‌شود. نرخ خرابی α_m سپس به‌صورت $\alpha_{m+1}=(n_i-m)\delta_{im}$ $L_i^{1.5}(n_i-m)^{-0.5}$ برای $m=0, 1, 2, \ldots, n_i\text{-}q+1$ محاسبه می‌شود.

بر اساس اطلاعات ارایه شده، مطالعه‌های موردی زیر ارایه شده است:

۵-۱- مطالعه موردی اول

در این مطالعه، یک سیستم سری-موازی با شش مولفه در سه زیرسیستم مطابق **شکل ۱** بررسی‌شده است.



شکل ۱- ساختار سیستم مطالعه موردی اول.
Figure 1- System structure of the first case study.

در این مطالعه، تاثیر وابستگی تصادفی و افزونگی بر عملکرد کلی سیستم در چهار سناریو مختلف موردبررسی و مقایسه قرارگرفته است:

۱. مدل پایه (بدون وابستگی تصادفی و افزونگی): این مدل به‌عنوان مبنای مقایسه در نظر گرفته‌شده است که در آن خرابی‌ها مستقل از یکدیگر فرض شده و هیچ‌گونه افزونگی در سیستم لحاظ نشده است.
۲. افزونگی بدون وابستگی تصادفی: در این سناریو، افزونگی به سیستم اضافه‌شده، اما همچنان فرض استقلال خرابی‌ها بین قطعات حفظ‌شده است.
۳. وابستگی تصادفی بدون افزونگی: در این سناریو، هیچ افزونگی به سیستم اعمال نشده و تنها اثر وابستگی‌های تصادفی میان قطعات بر قابلیت اطمینان و هزینه‌ها مورد ارزیابی قرارگرفته است.
۴. مدل پیشنهادی (ترکیب وابستگی تصادفی و افزونگی): در این سناریو، سیستم تحت تاثیر هم‌زمان وابستگی تصادفی و تخصیص افزونگی بررسی‌شده است.

این مقایسه به‌منظور تحلیل تاثیر وابستگی تصادفی و افزونگی بر عملکرد کلی سیستم انجام‌شده است تا دیدگاه بهتری از نقش این عوامل در بهبود قابلیت اطمینان و مدیریت هزینه‌ها فراهم شود. پارامترهای مدل برای سناریوهای مختلف به‌شرح زیر تعریف‌شده‌اند:

K=2; n=6; L=15; T=100; S=0; I=3; L_i=5

سناریوها در ادامه تعریف‌شده‌اند:

سناریو ۱: مدل پایه (بدون در نظرگرفتن وابستگی تصادفی و تخصیص افزونگی).

در این مدل، فرض بر استقلال خرابی قطعات و عدم تخصیص افزونگی است. **جدول ۴** خلاصه‌ای از نتایج خروجی مدل پایه را نشان می‌دهد:

جدول ۴- خلاصه نتایج خروجی برای مدل سناریو ۱.
Table 4- Summary of output results for the first scenario model.

قابلیت اطمینان	مقدار تابع هدف
0.9515	464.5501

همچنین، **جدول ۵** حدود کنترل بهینه تعیین‌شده توسط مدل پایه را ارایه می‌کند:

جدول ۵- حدود کنترل بهینه مدل سناریو ۱.
Table 5- Optimal control limits for the first scenario model.

حد کنترل	تعداد مولفه‌ها	تعداد زیرسیستم‌ها
0.0123	3	1
0.0109	1	2
0.0101	2	3

سنا ریو ۲: افزونگی بدون وابستگی تصادفی

در این سناریو، افزونگی به سیستم اضافه شده، اما وابستگی تصادفی میان قطعات نادیده گرفته شده است. نتایج حاصل از حل مدل نشان می‌دهد که تخصیص بهینه افزونگی به‌گونه‌ای است که یک قطعه به زیرسیستم دوم (که در حالت اولیه تنها شامل یک قطعه بوده است) افزوده می‌شود. این اقدام، ساختار زیرسیستم را از حالت سری به موازی تغییر داده و در نتیجه، منجر به افزایش قابلیت اطمینان هم در سطح زیرسیستم و هم در کل سیستم شده است. با این‌حال، افزودن افزونگی به سیستم هزینه‌های کلی را افزایش می‌دهد.

جدول ۶ خلاصه‌ای از نتایج خروجی مدل در این سناریو را ارایه می‌دهد:

جدول ۶- خلاصه نتایج خروجی برای مدل سناریو ۲.
Table 6- Summary of output results for the second scenario model.

قابلیت اطمینان	مقدار تابع هدف
0.971809	519.1376

همچنین، **جدول ۷** حدود کنترل بهینه تعیین‌شده توسط مدل را برای این سناریو نشان می‌دهد:

جدول ۷- حدود کنترل بهینه مدل سناریو ۲.
Table 7- Optimal control limits of the second scenario model.

حد کنترل	تعداد مولفه‌ها	تعداد زیرسیستم‌ها
0.0128	3	1
0.0217	2	2
0.0105	2	3

سنا ریو ۳: وابستگی تصادفی بدون افزونگی

در این سناریو، وابستگی‌های تصادفی میان قطعات سیستم در نظر گرفته‌شده، اما هیچ‌گونه افزونگی به سیستم اضافه نشده است. تحلیل قابلیت اطمینان در این سناریو بر اساس روش ارایه‌شده در مطالعه ناصر صراف و همکاران [31] انجام‌شده است. خلاصه نتایج حاصل از مدل سناریو سوم در **جدول ۶** ارایه شده است.

جدول ۶- خلاصه نتایج خروجی برای مدل سناریو ۳.
Table 6- Summary of output results for the third scenario model.

قابلیت اطمینان	مقدار تابع هدف
0.989835	227.1141

همچنین، **جدول ۷** حدود کنترل بهینه تعیین‌شده توسط مدل را در این سناریو نشان می‌دهد:

جدول ۷- حدود کنترل بهینه سناریو ۳.
Table 7- Optimal limits of the third scenario.

حد کنترل	تعداد مولفه‌ها	تعداد زیرسیستم‌ها
0.1420	3	1
0.1113	1	2
0.1884	2	3

سناریو ۴: مدل پیشنهادی

در این سناریو، هم‌زمان وابستگی تصادفی و تخصیص افزونگی به سیستم در نظر گرفته‌شده است. نتایج حاصل از حل مدل در نرم‌افزار مطلب نشان می‌دهند که افزودن یک قطعه افزونه به زیرسیستم دوم موجب افزایش قابل‌توجه قابلیت اطمینان سیستم می‌شود. هرچند این اقدام منجر به افزایش هزینه‌های سیستم نیز گردیده است، اما از لحاظ مقایسه‌ای با سناریویی که تنها افزونگی لحاظ شده بود، از نظر هزینه-فایده بهینه‌تر و کارآمدتر است. علاوه بر این، تغییر ساختار زیرسیستم دوم از سری به موازی، پایداری عملکرد سیستم را به‌طور قابل‌توجهی افزایش داده است.

جدول ۸ خلاصه‌ای از نتایج خروجی مدل پیشنهادی را ارایه می‌دهد:

جدول ۸- خلاصه نتایج خروجی برای مدل پیشنهادی.
Table 8- Summary of output results for the proposed model.

قابلیت اطمینان	مقدار تابع هدف
0.9968	252.3337

همچنین، **جدول ۹** حدود کنترل بهینه تعیین‌شده توسط مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد:

جدول ۹- حدود کنترل بهینه مدل پیشنهادی.
Table 9- Optimal limits of the proposed model.

حد کنترل	تعداد مولفه‌ها	تعداد زیرسیستم‌ها
0.1427	3	1
0.1617	2	2
0.1888	2	3

این نتایج نشان می‌دهد که افزودن افزونگی به زیرسیستم‌ها، هرچند که هزینه‌ها را افزایش می‌دهد، اما موجب بهبود قابل‌توجهی در قابلیت اطمینان سیستم می‌شود. علاوه بر این، در نظرگرفتن وابستگی‌های تصادفی میان قطعات تاثیر زیادی بر عملکرد کلی سیستم دارد و بنابراین باید در مراحل طراحی و بهینه‌سازی سیستم‌ها به‌طور جدی مدنظر قرار گیرد.

۱-۱-۵- نتایج آماری و مقایسه‌ها

در **جدول ۱۰** خروجی سناریوهای مختلف بیان شده است:

جدول ۱۰- مقایسه نتایج آماری سناریوهای مختلف مطالعه موردی اول.
Table 10- Comparison of statistical results of different scenarios of the first case study.

سناریو	قابلیت اطمینان	مقدار تابع هدف
بدون وابستگی و افزونگی	0.9515	464.5501
فقط افزونگی	0.9718	519.1376
فقط وابستگی تصادفی	0.9898	227.1141
مدل پیشنهادی	0.9968	252.3337

مقایسه قابلیت‌های اطمینان

مدل پیشنهادی با قابلیت اطمینان ۰/۹۹۶۸، بالاترین مقدار قابلیت اطمینان را در میان تمامی مدل‌ها دارد.

مدل دوم (فقط افزونگی) با قابلیت اطمینان ۰/۹۷۱۸، باوجود تخصیص افزونگی، قابلیت اطمینان کم‌تری نسبت به مدل سوم (فقط وابستگی تصادفی) با قابلیت اطمینان ۰/۹۸۹۸ دارد. این نشان می‌دهد که افزونگی، بدون در نظرگرفتن وابستگی تصادفی، همیشه منجر به‌بهبود قابلیت

اطمینان نمی‌شود. مدل پایه با قابلیت اطمینان ۰/۹۵۱۵ کم‌ترین مقدار قابلیت اطمینان را دارد که ضعف طراحی سیستم بدون افزونگی و بدون وابستگی تصادفی را نمایان می‌سازد.

مقایسه هزینه‌ها

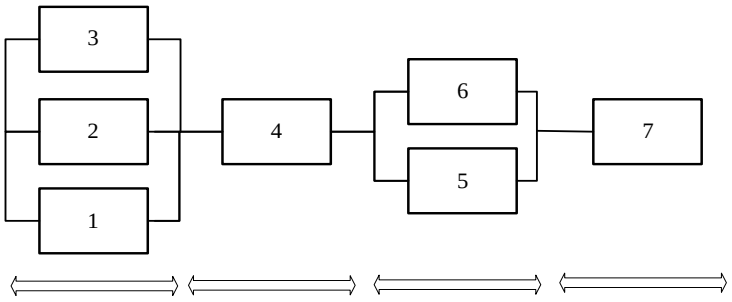
مدل پیشنهادی با هزینه ۲۵۲/۳۳۳۷، با افزایش جزیی در هزینه، قابلیت اطمینان بالاتری را ارایه می‌دهد و بهینه‌ترین هزینه را در مقایسه با سایر مدل‌ها دارد. مدل افزونگی صرف با هزینه ۵۱۹/۱۳۷۶ بالاترین هزینه را به خود اختصاص می‌دهد، زیرا تخصیص افزونگی، بدون در نظرگرفتن وابستگی تصادفی، منجر به افزایش هزینه‌های غیرضروری شده است. مدل وابستگی تصادفی با هزینه ۲۲۷/۱۱۴۱ کم‌ترین هزینه را دارا است، اما به دلیل عدم افزونگی، ممکن است در برابر خرابی‌ها آسیب‌پذیرتر باشد. مدل پایه با هزینه ۴۶۴/۵۵۰۱ عملکرد ضعیفی از نظر هزینه و قابلیت اطمینان دارد.

مقایسه حدود کنترل و پایداری

مدل پیشنهادی بالاترین مقدار حد کنترل زیرسیستم دوم ۰/۱۶۱۷ را ارایه می‌دهد که نشان‌دهنده پایداری بیشتر سیستم است. مدل وابستگی تصادفی با حد کنترل ۰/۱۱۱۳ از مدل افزونگی صرف ۰/۰۲۱۷ بهتر عمل می‌کند. مدل پایه کم‌ترین مقدار حد کنترل را دارد که نشان‌دهنده ضعف طراحی آن است. افزودن یک قطعه افزونه به زیرسیستم دوم بهترین تصمیم برای افزایش قابلیت اطمینان با حداقل هزینه است. مدل پیشنهادی با ترکیب وابستگی تصادفی و افزونگی، تعادل بهتری بین قابلیت اطمینان و هزینه ایجاد کرده است. مدل فقط وابستگی تصادفی قابلیت اطمینان بالایی دارد اما در برابر خرابی آسیب‌پذیر است، در حالی‌که مدل فقط افزونگی هزینه بالاتری دارد بدون اینکه قابلیت اطمینان را بهبود بخشد. مدل پایه عملکرد ضعیفی دارد. نتایج نشان می‌دهد که ترکیب وابستگی تصادفی و افزونگی، رویکرد بهینه‌ای برای بهینه‌سازی سیستم‌های سری-موازی است.

۲-۵- مطالعه موردی دوم

در این مطالعه، یک سیستم سری-موازی با هفت مولفه در سه زیرسیستم مطابق **شکل ۲** بررسی‌شده است.



شکل ۲- ساختار سیستم مطالعه موردی دوم.
Figure 2- System structure of the second case study.

پارامترهای مدل که به‌طورکلی برای سناریوهای مختلف در نظر گرفته‌شده‌اند، به شرح زیر تعریف می‌شوند:

K=2; n=7; L=40; T=100; S=0; I=4; L_i=10.

در **جدول‌های ۱۱** و **۱۲** خروجی سناریوهای مختلف بیان شده است:

جدول ۱۱- حدود کنترل بهینه مدل سناریوهای مختلف مطالعه موردی دوم.

Table 11- Optimal limits of the model for different scenarios of the second case study.

سناریو	حد کنترل	تعداد مولفه‌ها	تعداد زیرسیستم‌ها
اول	0.0110	3	1
	0.0097	1	2
	0.0090	2	3
	0.0097	1	4
دوم	0.0123	3	1
	0.0194	2	2
	0.0101	2	3
	0.0109	1	4
سوم	0.1407	3	1
	0.1101	1	2
	0.1873	2	3
	0.1101	1	4
چهارم	0.1421	3	1
	0.1606	2	2
	0.1886	2	3
	0.1107	1	4

جدول ۱۲- مقایسه نتایج آماری سناریوهای مختلف مطالعه موردی دوم.

Table 12- Comparison of statistical results of different scenarios of the second case study.

سناریو	قابلیت اطمینان	مقدار تابع هدف
بدون وابستگی و افزونگی	0.9074	549.2427
فقط افزونگی	0.9495	830.6202
فقط وابستگی تصادفی	0.9869	299.4323
مدل پیشنهادی	0.9962	365.8820

نتایج نشان می‌دهند که مدل پیشنهادی با قابلیت اطمینان ۰/۹۹۶۲ و هزینه ۳۶۵/۸۸۲۰، بهترین تعادل را بین قابلیت اطمینان و هزینه فراهم کرده است. در مقایسه با مدل "فقط افزونگی" که با هزینه ۸۳۰/۶۲۰۲ بیشترین هزینه را به خود اختصاص داده و مدل "فقط وابستگی تصادفی" که با هزینه ۲۹۹/۴۳۲۳ کم‌ترین هزینه را داشت اما بدون افزونگی آسیب‌پذیرتر بود، مشخص شد که در نظرگرفتن هم‌زمان وابستگی تصادفی و تخصیص افزونگی، عملکرد بهتری ارایه می‌دهد. علاوه بر این، افزودن یک مولفه افزونه به زیرسیستم دوم، موجب افزایش قابلیت اطمینان و درعین‌حال افزایش هزینه‌ای کنترل‌شده شد. همچنین، مدل پیشنهادی (سناریوی چهارم) با حد کنترل ۰/۱۶۰۶ در زیرسیستم دوم، بالاترین پایداری را نشان می‌دهد. افزودن یک مولفه به زیرسیستم دوم باعث افزایش حد کنترل و بهبود پایداری سیستم شده است. مدل وابستگی تصادفی (سناریوی سوم) نیز عملکرد خوبی از خود نشان داده، در حالی‌که مدل افزونگی صرف (سناریوی دوم) باوجود هزینه بالاتر، به‌اندازه کافی در افزایش حد کنترل موثر نبوده است. مدل پایه (سناریوی اول) ضعیف‌ترین عملکرد را داشته است. این نتایج برتری ترکیب وابستگی تصادفی و افزونگی را در بهبود پایداری سیستم تأیید می‌کند و با یافته‌های مطالعه موردی اول تطابق دارد. این نتایج نشان می‌دهند که ترکیب وابستگی‌های تصادفی و افزونگی، رویکرد بهینه‌ای برای بهبود سیستم‌های سری-موازی است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، تاثیر ترکیب وابستگی‌های تصادفی بین قطعات و تخصیص افزونگی در سیستم‌های سری-موازی مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج آماری و مقایسه مدل پیشنهادی با سایر مدل‌ها نشان داد که استفاده از رویکرد پیشنهادی می‌تواند قابلیت اطمینان سیستم را بهبود بخشیده و کارایی اقتصادی آن را افزایش دهد. به‌ویژه مشخص شد که تخصیص افزونگی، هرچند هزینه‌ها را افزایش می‌دهد، اما بهبود قابلیت اطمینان و افزایش پایداری سیستم را به دنبال دارد. همچنین، مدل پیشنهادی با تنظیم حدود کنترل وسیع‌تر، دقت پیش‌بینی خرابی‌ها را افزایش داده و نیاز به تعویض‌های مکرر را کاهش می‌دهد که این امر درنهایت به کاهش هزینه‌های نگه‌داری منجر می‌شود. نتایج مطالعه نشان داد که مدل پیشنهادی تعادلی مطلوب بین هزینه و قابلیت اطمینان برقرار می‌کند و با تعیین حد کنترل بهینه برای زیرسیستم‌های مدل تعمیر و نگه‌داری مبتنی بر شرایط، از طریق بهبود مدیریت خرابی‌ها با استفاده از مدل مخاطره متناسب و نرخ خرابی دستکاری‌شده و همچنین بهینه‌سازی تخصیص افزونگی، توانسته است قابلیت اطمینان سیستم را در سطح بالاتری حفظ کرده و هزینه‌ها را به‌طور موثری کاهش دهد. در حالی‌که مدل وابستگی تصادفی بدون افزونگی، هزینه

کم‌تری دارد، اما در برابر خرابی‌ها آسیب‌پذیر است، مدل افزونگی بدون در نظرگرفتن وابستگی تصادفی هزینه بیشتری ایجاد کرده و در برخی موارد، قابلیت اطمینان را کاهش می‌دهد .در مقابل، مدل پیشنهادی که هر دو عامل را ترکیب می‌کند، بهترین عملکرد را از نظر بهینه‌سازی هزینه و افزایش قابلیت اطمینان ارایه داده است. علاوه بر این، نمایش دقیق‌تر وابستگی‌ها بین مولفه‌ها، امکان پیش‌بینی بهتر خرابی‌ها و بهینه‌سازی فرآیند نگه‌داری را فراهم کرده است که منجر به کاهش تعمیرات غیرضروری و صرفه‌جویی در هزینه‌ها می‌شود.

با توجه به یافته‌های این مطالعه، پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آینده، استراتژی‌های مختلف افزونگی مانند افزونگی فعال، آماده‌به‌کار سرد و گرم بررسی‌شده و تاثیر آن‌ها بر عملکرد سیستم مقایسه شود. همچنین، تحلیل حساسیت مدل به تغییرات نرخ خرابی، هزینه‌ها و محدودیت‌های منابع می‌تواند درک عمیق‌تری از رفتار سیستم فراهم کند. مدل‌سازی وابستگی‌های تصادفی پیچیده‌تر، مانند وابستگی‌های زمانی و مکانی بین قطعات، می‌تواند به توسعه مدل‌های جامع‌تر کمک کند. علاوه بر این، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیشرفته مانند الگوریتم ژنتیک یا بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل مسائل تخصیص افزونگی در سیستم‌های بزرگ‌تر و مطالعه تاثیر تعمیرپذیری قطعات بر قابلیت اطمینان و هزینه‌های سیستم از دیگر مسیرهای پیشنهادی برای تحقیقات آینده است. از سوی دیگر، بررسی هزینه‌های عملیاتی و لجستیکی نگه‌داری و افزونگی در مقیاس‌های بزرگ‌تر، همراه با ترکیب نرخ خرابی دستکاری‌شده با مدل‌های کوپولا می‌تواند به‌تحلیل دقیق‌تر وابستگی‌های پیچیده میان اجزا کمک کند. بهره‌گیری از روش‌های یادگیری ماشین برای تخمین دقیق‌تر روابط بین نرخ خرابی و شرایط بار، به‌کارگیری شبکه‌های عصبی عمیق برای مدل‌سازی خودکار وابستگی‌ها و استفاده از یادگیری تقویتی[1] جهت بهینه‌سازی نگه‌داری پیشگیرانه، از دیگر رویکردهای نوین و موثر در بهبود قابلیت اطمینان و کاهش هزینه‌های نگه‌داری محسوب می‌شوند. این پیشنهادها می‌توانند به توسعه مدل‌های کاربردی‌تر در زمینه بهبود قابلیت اطمینان و کاهش هزینه‌های سیستم‌های مهندسی، به‌ویژه صنایع مختلف مانند هوافضا، نیروگاه‌ها، خودروسازی و مخابرات کمک کنند و زمینه‌ای برای طراحی سیستم‌های مقاوم‌تر و اقتصادی‌تر فراهم آورند.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از تمامی داوران محترم که با ارایه نظرات علمی و پیشنهادها ارزشمند، در بهبود کیفیت این پژوهش نقش داشته‌اند، قدردانی می‌کنند.

منابع مالی

این پژوهش بدون دریافت هیچ‌گونه حمایت مالی از نهادها یا سازمان‌های تحقیقاتی انجام‌شده است.

اعلام تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ نوع تعارض منافعی وجود ندارد.

منابع

[1] Jardine, A. K. S., Lin, D., & Banjevic, D. (2006). A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance. *Mechanical systems and signal processing*, *20*(7), 1483–1510. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.09.012

[2] Banjevic, D., Jardine, A. K. S., Makis, V., & Ennis, M. (2001). A control-limit policy and software for condition-based maintenance optimization. *INFOR: Information systems and operational research*, *39*(1), 32–50. https://doi.org/10.1080/03155986.2001.11732424

[3] Zhao, X., Liu, B., & Liu, Y. (2018). Reliability modeling and analysis of load-sharing systems with continuously degrading components. *IEEE transactions on reliability*, *67*(3), 1096–1110. https://doi.org/10.1109/TR.2018.2846649

[4] Dixit, Y., & Kulkarni, M. S. (2024). Simulation based approach for reliability and remaining useful life estimation of spur gear pair under non-Markov and non-stationary load transitions. *Computers & industrial engineering*, *190*, 110026. https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110026

[1]Reinforcement learning

[5] Amari, S. V, Misra, K. B., & Pham, H. (2006). Reliability analysis of tampered failure rate load-sharing k-out-of-n: g systems. *Proc. 12th issat int. conf. on reliability and quality in design, honolulu, hawaii* (pp. 30–35). Researchgate.net. https://B2n.ir/bk2972
[6] Suprasad, A. V, Krishna, M. B., & Hoang, P. (2008). Tampered failure rate load-sharing systems: Status and perspectives. In *Handbook of performability engineering* (pp. 291–308). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-84800-131-2_20
[7] Mohammad, R., Kalam, A., & Amari, S. V. (2013). Reliability of load-sharing systems subject to proportional hazards model. *2013 proceedings annual reliability and maintainability symposium (RAMS)* (pp. 1–5). IEEE. https://doi.org/10.1109/RAMS.2013.6517708
[8] de Smidt-Destombes, K. S., van der Heijden, M. C., & van Harten, A. (2004). On the availability of a k-out-of-N system given limited spares and repair capacity under a condition based maintenance strategy. *Reliability engineering & system safety*, *83*(3), 287–300. https://doi.org/10.1016/j.ress.2003.10.004
[9] Ghasemi, A., Yacout, S., & Ouali, M. S. (2007). Optimal condition based maintenance with imperfect information and the proportional hazards model. *International journal of production research*, *45*(4), 989–1012. https://doi.org/10.1080/00207540600596882
[10] Keizer, M. C. A. O., Teunter, R. H., & Veldman, J. (2017). Joint condition-based maintenance and inventory optimization for systems with multiple components. *European journal of operational research*, *257*(1), 209–222. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.07.047
[11] Keizer, M. C. A. O., Teunter, R. H., Veldman, J., & Babai, M. Z. (2018). Condition-based maintenance for systems with economic dependence and load sharing. *International journal of production economics*, *195*, 319–327. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2017.10.030
[12] Yahyatabar, A., & Najafi, A. A. (2018). Condition based maintenance policy for series-parallel systems through Proportional Hazards Model: A multi-stage stochastic programming approach. *Computers & industrial engineering*, *126*, 30–46. https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.09.014
[13] Zhang, N., Fouladirad, M., Barros, A., & Zhang, J. (2020). Condition-based maintenance for a K-out-of-N deteriorating system under periodic inspection with failure dependence. *European journal of operational research*, *287*(1), 159–167. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.04.041
[14] Coit, D. W., & Smith, A. E. (1996). Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm. *IEEE transactions on reliability*, *45*(2), 254–260. https://doi.org/10.1109/24.510811
[15] Kuo, W. (2001). *Optimal reliability design: Fundamentals and applications* (2nd Ed.). Cambridge university press. https://B2n.ir/qw6862
[16] Ramirez-Marquez, J. E., & Coit, D. W. (2004). A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems. *Reliability engineering & system safety*, *83*(3), 341–349. https://doi.org/10.1016/j.ress.2003.10.010
[17] Coit, D. W., & Liu, J. C. (2000). System reliability optimization with k-out-of-n subsystems. *International journal of reliability, quality and safety engineering*, *7*(02), 129–142. https://doi.org/10.1142/S0218539300000110
[18] Liang, Y. C., & Lo, M. H. (2010). Multi-objective redundancy allocation optimization using a variable neighborhood search algorithm. *Journal of heuristics*, *16*, 511–535. https://doi.org/10.1007/s10732-009-9108-4
[19] Kayedpour, F., Amiri, M., Rafizadeh, M., Nia, A. S., & Sharifi, M. (2024). A Markov chain-based genetic algorithm for solving a redundancy allocation problem for a system with repairable warm standby components. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, part o: journal of risk and reliability*, *238*(4), 853–872. https://doi.org/10.1177/1748006X231164848
[20] Kumar, U. D., Crocker, J., Knezevic, J., & El-Haram, M. (2012). *Reliability, maintenance and logistic support: A life cycle approach*. Springer Science & Business Media. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4655-9
[21] Jin, T., Si, S., & Zhu, W. (2024). Allocating redundancy, maintenance and spare parts for minimizing system cost under decentralized repairs. *Frontiers of engineering management*, *11*(3), 377–395. https://doi.org/10.1007/s42524-024-0145-3
[22] Belzunce, F., Martínez-Puertas, H., & Ruiz, J. M. (2013). On allocation of redundant components for systems with dependent components. *European journal of operational research*, *230*(3), 573–580. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.004
[23] Sharifi, M., Taghipour, S., & Abhari, A. (2021). Inspection interval optimization for a k-out-of-n load sharing system under a hybrid mixed redundancy strategy. *Reliability engineering & system safety*, *213*, 107681. https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.107681
[24] Amiri, M., Sadeghi, M. R., Khatami, F. A. L. I., & Mikaeili, F. (2014). A multi objective optimization model for redundancy allocation problems in series-parallel systems with repairable componenets, *25*(1), 71–81. http://ijiepr.iust.ac.ir/
[25] Makis, V., & Jardine, A. K. S. (1992). Optimal replacement in the proportional hazards model. *INFOR: Information systems and operational research*, *30*(1), 172–183. https://doi.org/10.1080/03155986.1992.11732183
[26] Bhattacharyya, G. K., & Soejoeti, Z. (1989). A tampered failure rate model for step-stress accelerated life test. *Communications in statistics-theory and methods*, *18*(5), 1627–1643. https://doi.org/10.1080/03610928908829990
[27] Scheuer, E. M. (1988). Reliability of an m-out of-n system when component failure induces higher failure rates in survivors. *IEEE transactions on reliability*, *37*(1), 73–74. https://doi.org/10.1109/24.3717
[28] Reza Golmakani, H., & Fattahipour, F. (2011). Age-based inspection scheme for condition-based maintenance. *Journal of quality in maintenance engineering*, *17*(1), 93–110. https://doi.org/10.1108/13552511111116277
[29] Madi, M. T. (1993). Multiple step-stress accelerated life test: the tampered failure rate model. *Communications in statistics--theory and methods*, *22*(9), 295–306.
[30] Lam, J. Y. J., & Banjevic, D. (2015). A myopic policy for optimal inspection scheduling for condition based maintenance. *Reliability engineering & system safety*, *144*, 1–11. https://doi.org/10.1016/j.ress.2015.06.009
[31] Nasersarraf, S., Asadzadeh, S., & Samimi, Y. (2025). Control limits' optimization for multi-component systems in condition-based maintenance incorporating stochastic dependencies among system components. *OPSEARCH*, 1–36. https://doi.org/10.1007/s12597-025-00906-0
[32] Krivtsov, V., Amari, S., & Gurevich, V. (2018). Load sharing in series configuration. *Quality and reliability engineering international*, *34*(1), 15–26. https://doi.org/10.1002/qre.2230
[33] Lawless, J. F. (2011). *Statistical models and methods for lifetime data*. John Wiley & Sons. https://B2n.ir/bt8383
[34] Birge, J. R., & Louveaux, F. (2011). *Introduction to stochastic programming*. Springer Science & Business Media. https://B2n.ir/jw2707